



KATHOLIEKE UNIVERSITEIT LEUVEN
FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN

Elektromagnetische golven

A. Van de Capelle

H1M1 Elektromagnetische golven

5.90 euro



CURSUSDienst VTK vzw
STUDENTENWIJK ARENBERG 6 BUS 0
B-3001 HEVERLEE
[HTTP://WWW.VTK.BE](http://www.vtk.be)



K.U.Leuven
Faculteit Ingenieurswetenschappen

Elektromagnetische golven

Volume 1: Transparanten en nota's

A. Van de Capelle

academiejaar 2006-2007

Inhoud

Voorwoord

Les 1.- Transmissielijnen

Les 2.- Impedantietransformatie en –aanpassing

Les 3.- Elektromagnetische golven in onbegrensde media

Les 4.- Loodrechte inval op meerlagenstructuur

Les 5.- Schuine inval

Les 6.- Golfgeleiders met geleidende wanden

Les 7.- Diëlectrische golfgeleiders

Les 8.- Elektromagnetische straling

Voorwoord

Het vak Elektromagnetische golven wordt gedoceerd aan de studenten van het 3^{de} jaar Bachelor in de ingenieurswetenschappen, die Elektrotechniek hebben als hoofdrichting of als nevenrichting.

Het doelpubliek van dit vak is door de BaMa-hervorming sterk verbreed. Daarenboven is de studiebelasting gereduceerd naar 90 belastingsuren. Deze 90 belastingsuren worden als volgt aangewend:

- 8 hoorcolleges van 2u met de bijhorende studietijd = $8 \times 2 \times 4 = 64$ belastingsuren
- 2 werkcolleges van 2u = $2 \times 2 = 4$ b.u.
- 4 oefenzittingen van 2,5u = $4 \times 2.5 = 10$ b.u.
- 12 u begeleide zelfstudie ter voorbereiding van hoorcolleges (3/4u per hoorcollege) en ter voorbereiding van werkcolleges en oefenzittingen (1u per werkcollege en 1u per oefenzitting).

Op basis van deze nieuwe randvoorwaarden is het concept van het vak hertekend en zijn de doelstellingen herzien:

1. aan alle studenten met Elektrotechniek als hoofd- of als nevenrichting een basiskennis geven over de voortplanting en de straling van elektromagnetische golven,
2. inzicht bijbrengen hoe elektromagnetische golven toepassing vinden in verschillende domeinen,
3. praktische problemen leren oplossen via verantwoorde benaderingen.

De cursusnota's zijn volledig herwerkt op basis van het nieuwe concept en de nieuwe randvoorwaarden. Ze zijn uitgegeven door VTK. De examenvragen van vorig academiejaar zijn beschikbaar in volume 2.

Voor verdere ondersteunende literatuur verwijzen we naar Engineering Electromagnetics (1999, Addison Wesley) en Electromagnetic waves (2000, Prentice-Hall) beide geschreven door U. Inan en A. Inan.

Op de website “ <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/> “ kan het boek “*Electromagnetic Waves and Antennas*” door Sophocles J. Orfanidis gratis afgeladen worden.

**“Elektromagnetische golven” 2006-2007:
schema van hoorcolleges, werkcolleges en oefenzittingen**

Hoorcolleges en werkcolleges gaan door op dinsdag (10.35-12.35u) in aud A;
de oefenzittingen worden gegeven zoals aangeduid in het uurrooster.

Les 1.- Hoorcollege: Transmissielijnen

Oefenzitting 1: Oefeningen over transmissielijnen

Les 2.- Hoorcollege: Impedantietransformatie en –aanpassing

Oefenzitting 2: Oefeningen over impedantietransformatie en –aanpassing

Les 3.- Hoorcollege: Elektromagnetische golven in onbegrensde media

Les 4.- Hoorcollege: Loodrechte inval op meerlagenstructuur

Les 5.- Werkcollege: Oefeningen over elektromagnetische golven in onbegrensde media en over loodrechte inval op meerlagenstructuur

Les 6.- Hoorcollege: Schuine inval op geleidende vlakken en op diëlectrica

Les 7.- Hoorcollege: Golfgeleiders met geleidende wanden

Oefenzitting 3.- Oefeningen over schuine inval op geleidende vlakken en golfgeleiders met geleidende wanden

Les 8.- Hoorcollege: Diëlectrische golfgeleiders

Oefenzitting 4.- Oefeningen over schuine inval op diëlectrica en diëlectrische golfgeleiders

Les 9.- Hoorcollege: Elektromagnetische straling

Les 10.- Werkcollege: Oefeningen over elektromagnetische straling.

Les 1.- Transmissielijnen

1.1.

- *netwerkmodel*
- *frequentiedomeinanalyse*
- *spannings- stroomgolven*
- *impedantie*
- *tijdsdomeinanalyse*

Les 1.- Transmissielijnen

1.1.- Transmissielijnen.

Transmissielijnen zijn erg belangrijk in de praktijk: ze omvatten alle structuren voor elektromagnetische golfvoortplanting waar de lengte groot is t.o.v. de golflengte en de dwarsdoorsnede klein is t.o.v. de golflengte. Vaak komen echter ook transmissielijneffecten te voorschijn waar we dit niet verwachten. We beseffen dat een rechthoekige puls met een tijdsduur van 0,1ps een bandbreedte heeft tot het eerste nulpunt van 10GHz en dus ook nog hogere frequentiecomponenten boven 10GHz bevat. Dit betekent dat afstanden van enkele mm transmissielijneffecten kunnen teweegbrengen.

We beperken ons tot tweegeleiderstructuren waarbij de dwarsdoorsnede niet verandert met de plaats langs de lijn. Als oplossing van de transmissielijnvergelijkingen vinden we spannings-stroomgolven die propageren langs de lijn met een fasesnelheid die uitsluitend afhangt van de permeabiliteit en de permittiviteit van het diëlectricum dat de 2 geleiders omgeeft, in het geval er geen verliezen zijn. De verhouding tussen spanning en stroomsterkte, dit is de karakteristieke impedantie, hangt af van de eigenschappen van het diëlectricum, maar ook van de geometrie van de dwarsdoorsnede!

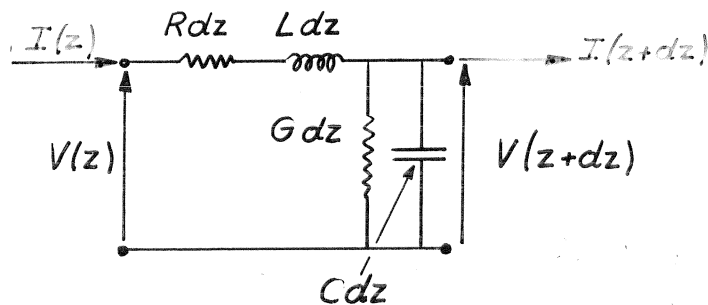
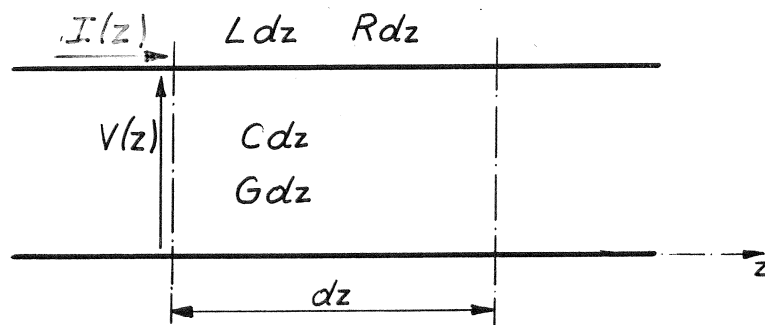
Verliezen ontstaan door de ohmse weerstand van de geleiders en door de diëlectrische verliezen in het diëlectricum. Verliezen, die niet verwaarloosbaar zijn, veroorzaken dispersie. Dit is een belangrijk effect dat aanleiding geeft tot distorsie van de golfvorm in het tijdsdomein.

Als er langs een lijn een impedantieverandering optreedt, ontstaat er een gereflecteerde golf. De interactie van een invallende en een gereflecteerde golf op dezelfde lijn leidt tot het ontstaan van staande golven en tot het begrip impedantie langs de lijn.

Het verloop van de impedantie langs de lijn wordt voorgesteld op een zg. Smith-kaart, dit is niets anders dan een grafische voorstelling in het vlak van de complexe reflectiecoëfficiënt (zie les 2).

Netwerkmodel

1.2.



1.2.- Netwerkmodel.

Ongeacht de vorm van de dwarsdoorsnede vervangen we de transmissielijn door een netwerkmodel, bestaande uit een tweegeleiderstructuur gekarakteriseerd door de ohmse weerstand R van de 2 geleiders per eenheid van lengte, de inductantie L van de 2-geleiderstructuur per eenheid van lengte, de capaciteit C tussen de 2 geleiders per eenheid van lengte en de conductantie G tussen de 2 geleiders per eenheid van lengte. De netwerkparameters R , L , C en G zijn niet gelokaliseerd zoals in een klassiek netwerkmodel, maar ze zijn verdeeld over de ganse lengte van de transmissielijn. Het bepalen van deze 4 grootheden R , L , C en G is vaak het moeilijkste onderdeel van het probleem. Een elektromagnetische analyse, hetzij analytisch, hetzij numeriek is noodzakelijk. We laten dit verder buiten beschouwing, enkel voor een coaxiale kabel (het eenvoudigste geval), zullen we kort toelichten hoe deze berekening wordt uitgevoerd en in toepassing 3 zullen we de parameters bepalen van een planaire transmissielijn.

Voor het opstellen van de transmissielijnvergelijkingen vertrekken we van een oneindig korte lengte dz van het netwerkmodel en zoeken het verband tussen de stroomsterkte en de spanning aan de ingang en de stroomsterkte en de spanning aan de uitgang. We passen de wetten van Kirchhoff toe en verwaarlozen alle hogere orde termen. We raden aan deze afleiding zelf uit te voeren.

Oplossing frequentiedomein

1.3.

transmissielijnvergelijkingen

$$\frac{dV(z)}{dz} = -RI(z) - j\omega LI(z)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -GV(z) - j\omega CV(z)$$

$$\frac{d}{dz} \rightarrow \frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0$$

$$\gamma^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C) = (\alpha + j\beta)^2$$

$$V(z) = V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z}$$

$$I(z) = I^+ e^{-\gamma z} + I^- e^{+\gamma z}$$

$$= \frac{-1}{R + j\omega L} \frac{dV(z)}{dz}$$

$$= \frac{\sqrt{G + j\omega C}}{R + j\omega L} (V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z})$$

1.3.- Oplossing frequentiedomein.

Het resultaat van de afleiding in het frequentiedomein zijn 2 transmissielijnvergelijkingen die de verandering van de complexe spanning respectievelijk van de complexe stroomsterkte met de plaats z langs de lijn uitdrukken.

De verandering van de spanning met de plaats is bepaald door de ohmse spanningsval in de geleiderweerstand en door de tegenwerkende bronspanning die ontstaat door de verandering van de stroomsterkte met de tijd in de inductantie van de geleiders.

De verandering van de stroomsterkte met de plaats is bepaald door de lekstroom van de ene geleider naar de andere doorheen het diëlectricum en door de ladingsverandering in de tijd op de capaciteit tussen de twee geleiders.

Deze vergelijkingen verschillen van klassieke netwerkvergelijkingen door de plaatsafhankelijkheid van de spanning en de stroomsterkte. In deze uitdrukkingen wijst de operator $j\omega$ op de sinusoïdale tijdsafhankelijkheid. Om deze vergelijkingen op te lossen leiden we nog eens af naar z en door substitutie bekomen we de golfvergelijking voor de spanning en een gelijkaardige vergelijking voor de stroomsterkte. De algemene oplossing is een lopende spannings-stroomgolf in de positieve z -richting en een lopende spannings-stroomgolf in de negatieve z -richting.

We hebben voorlopig geen bron aangelegd aan deze transmissielijn: we vinden dus niet het verband tussen de bron en de golven die ze langs de lijn doet ontstaan; we vinden de golven die zich kunnen voortplanten langs de lijn en hun eigenschappen. De (complexe) amplitudes kunnen we slechts bepalen als we ook de bron definiëren die we aanleggen.

Karakteristieke grootheden

1.4.

propagatieconstante

$$\begin{aligned}\gamma &= [(R + j\omega L)(G + j\omega C)]^{1/2} = \alpha + j\beta \\ &\approx \underbrace{\frac{1}{2} \left(R\sqrt{\frac{C}{L}} + G\sqrt{\frac{L}{C}} \right)}_{\alpha} + j \underbrace{\omega \sqrt{LC}}_{\beta} \quad \text{als } \begin{matrix} R \ll \omega L \\ G \ll \omega C \end{matrix}\end{aligned}$$

karakteristieke impedantie

$$\begin{aligned}Z_c &= \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = R_c + jX_c \\ &\approx \sqrt{\frac{L}{C}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{j\omega L} - \frac{G}{j\omega C} \right) \right] \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{als } \begin{matrix} R \ll \omega L \\ G \ll \omega C \end{matrix}\end{aligned}$$

1.4.- Karakteristieke grootheden.

De spannings-stroomgolf wordt gekenmerkt door twee (complexe) grootheden: de propagatieconstante γ en de karakteristieke impedantie Z_c . De benaming constante in deze context betekent niet dat deze grootheden onafhankelijk zijn van b.v. de frequentie.

Het reële deel α van de propagatieconstante bepaalt de afname van de amplitude met de afstand en wordt verzwakkingsconstante genoemd.

Het imaginaire deel β bepaalt de verandering van de fase met de afstand en wordt faseconstante genoemd.

De verandering van de fase bepaalt rechtstreeks de fasesnelheid waarmee de golf propageert. Als er geen verliezen zijn wordt de fasesnelheid uitsluitend bepaald door het product van inductantie en capaciteit per lengte-eenheid; dit product is enkel bepaald door het product van permittiviteit en permeabiliteit, hetgeen verderop bij de behandeling van de coaxiale kabel gemakkelijk te verifiëren is.

De karakteristieke impedantie is de complexe verhouding tussen de amplitude van spanning en stroomsterkte. Als we even veronderstellen dat R , L , C en G onafhankelijk zijn van de frequentie, treedt er toch frequentieafhankelijkheid op als er verliezen zijn. Zonder verliezen is de karakteristieke impedantie bepaald door de verhouding van de inductantie en de capaciteit per eenheid van lengte. Deze verhouding is bepaald door de eigenschappen van het diëlectricum en door de geometrie van de dwarsdoorsnede; dit is verder bij de behandeling van de coaxiale kabel gemakkelijk te verifiëren.

Overgang naar tijdsdomein

1.5.

$$V(z) = |V^+| e^{j\phi^+} e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} + |V^-| e^{j\phi^-} e^{\alpha z} e^{j\beta z}$$
$$I(z) = \frac{1}{|Z_c| e^{j\phi_z}} \left[\dots \right]$$

$$v(z,t) = \text{Re}[V(z) \cdot e^{j\omega t}]$$
$$= |V^+| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi^+) + |V^-| \dots$$
$$i(z,t) = \frac{|V^+|}{|Z_c|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi^+ - \phi_z) - \dots$$

$$\cos(\omega t - \beta z + \phi) = \cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{\frac{\omega}{\beta}}\right) + \phi\right]$$

$$\text{fasesnelheid } v_f = \frac{\omega}{\beta} \rightarrow \frac{\omega}{\beta}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{zonder verliezen})$$

1.5.- Overgang naar tijdsdomein.

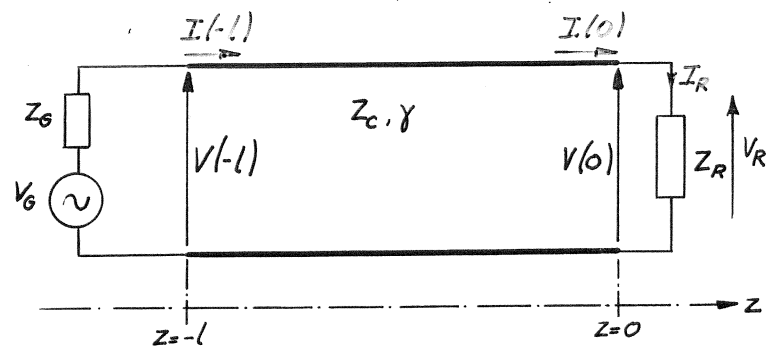
Om over te gaan van het frequentiedomein naar het tijdsdomein vermenigvuldigen we de uitdrukkingen van de complexe spanning en de complexe stroomsterkte met de factor $\exp(j\omega t)$ en nemen we het reële deel. Om de uitdrukkingen te kunnen expliciteren, schrijven we de complexe amplitudes en de karakteristieke impedantie als een absolute waarde en een fase.

Als we op de spannings-stroomgolf een vlak van constante fase volgen in de tijd, dan zien we een beweging met een (fase)snelheid die bepaald is door de verhouding ω/β : dit is logisch vermits ω het aantal radiale faseverandering per tijdseenheid aangeeft en β het aantal radiale faseverandering per lengte-eenheid.

Bij verwaarloosbare verliezen is de fasesnelheid enkel afhankelijk van het product van de inductantie per lengte-eenheid en de capaciteit per lengte-eenheid. Verderop zullen we voor de coaxiale kabel vinden dat het product LC gelijk is aan het product $\mu\epsilon$ van het diëlectricum dat de geleiders omgeeft. Dit is een opmerkelijk resultaat, waarvan kan bewezen worden dat het algemeen geldig is voor de klasse van transmissielijnen die wij bestuderen.

Effect van een belasting

1.6.



$$V(z) = V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z}$$

$$V(z=0) = V^+ + V^- = V_R$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_c} (V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z})$$

$$I(z=0) = \frac{1}{Z_c} (V^+ - V^-) = I_R$$

$$Z_R = \frac{V_R}{I_R} = Z_c \frac{V^+ + V^-}{V^+ - V^-}$$

1.6.- Effect van een belasting.

Veel praktische toepassingen waarin transmissielijnen voorkomen zijn te herleiden tot een schema dat bestaat uit een bron die verbonden is met een belasting via een transmissielijn. Als voorbeeld beschouwen we een satellietgrondstation waarin de zender verbonden is met de grondstationantenne via een coaxiale kabel. We stellen de zender voor door een wisselspanningsbron met (complexe) amplitude V_G en (complexe) inwendige impedantie Z_G . De transmissielijn heeft een fysische lengte l . De z -as wordt georiënteerd van bron naar belasting: het nulpunt wordt gerefereerd op de plaats waar de transmissielijn eindigt. Een beweging langs de lijn naar de bron doorloopt z -waarden die steeds meer negatief worden. De transmissielijn wordt gekarakteriseerd door de karakteristieke impedantie Z_c (die zuiver reëel is als de verliezen kunnen verwaarloosd worden) en door de propagatieconstante γ (die zuiver imaginair is als de verliezen kunnen verwaarloosd worden). In dit voorbeeld wordt de belasting gevormd door de ingangsimpedantie van de grondstationantenne. De belasting wordt voorgesteld door de belastingsimpedantie Z_R . Op de plaats $z=0$ bepaalt de belastingsimpedantie de verhouding tussen de spanning en de stroomsterkte. Als deze verhouding Z_R verschilt van de karakteristieke impedantie van de lijn, kan een invallende golf op zijn eentje niet aan deze voorwaarde voldoen. Dit verklaart het ontstaan van een gereflecteerde golf. De amplitude van de gereflecteerde golf (V^-) kan bepaald worden in functie van de amplitude van de invallende golf (V^+) als Z_R en Z_c gekend zijn.

Reflectiecoëfficiënt

1.7.

$$\Gamma(z) = \frac{V^-(z)}{V^+(z)}$$

$$= \frac{V^-}{V^+} \frac{e^{+\gamma z}}{e^{-\gamma z}} = \Gamma_R e^{2\gamma z}$$

$$\Gamma_R = \frac{V^-}{V^+} \longrightarrow Z_R = Z_c \frac{1 + \Gamma_R}{1 - \Gamma_R}$$

$$\Gamma_R = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c}$$

1.7.- Reflectiecoëfficiënt.

Vermits er nu op alle plaatsen langs de lijn bestendig zowel een invallende golf (die zich beweegt van de bron naar de belasting) als een gereflecteerde golf (die zich beweegt van de belasting naar de bron) aanwezig is kunnen we op alle plaatsen z langs de lijn de verhouding van de gereflecteerde tot de invallende spanningsgolf definiëren als de reflectiecoëfficiënt langs de lijn. Als de verliezen verwaarloosbaar zijn blijft de absolute waarde van de reflectiecoëfficiënt langs de lijn ongewijzigd, er treedt enkel een faseverandering op die bepaald is door $(\exp j2\beta z)$. De waarde van de reflectiecoëfficiënt op de plaats $z=0$ bepaalt de amplitude van de gereflecteerde golf in functie van de amplitude van de invallende golf.

Impedantie

1.8.

$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)}$$

$$= \frac{V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z}}{\frac{1}{Z_c} (V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z})}$$

$$= Z_c \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

$$\text{th } x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$= Z_c \frac{Z_R - Z_c \text{th } \gamma z}{Z_c - Z_R \text{th } \gamma z}$$

$$\text{verliesvrij } \gamma = j\beta \\ \text{th } \gamma z = j \text{tg } \beta z$$

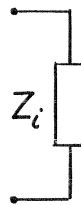
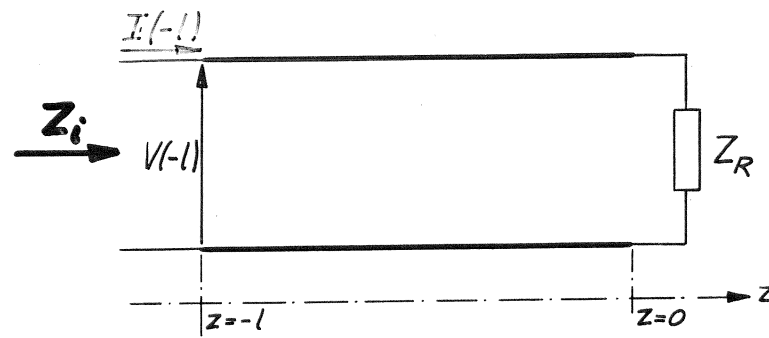
1.8.- Impedantie.

De globale spanning langs de lijn is de superpositie van de invallende en de gereflecteerde spanningsgolf. De globale stroomsterkte langs de lijn is de superpositie van de invallende en de gereflecteerde stroomgolf. We definiëren het veralgemeende begrip impedantie langs de lijn als de verhouding tussen deze spanning en deze stroomsterkte. Deze veralgemeende impedantie hangt af van de karakteristieke impedantie van de lijn, maar evenzeer van de belasting op het uiteinde en van de afstand tot deze belasting. Deze uitdrukking voorspelt weinig eenvoudige berekeningen. In vele gevallen kunnen de verliezen verwaarloosd worden en kunnen we rekenen met de tg-functie i.p.v. de th-functie.

De Smith-kaart (zie les 2) laat toe het verloop van de impedantie met de plaats z op een eenvoudige manier grafisch voor te stellen.

Ingangsimpedantie

1.9.



$$\begin{aligned}
 Z_i &= Z(z = -l) \\
 &= Z_c \frac{1 + \Gamma_R e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma_R e^{-2\gamma l}} \\
 &= Z_c \frac{Z_R + Z_c \tanh \gamma l}{Z_c + Z_R \tanh \gamma l}
 \end{aligned}$$

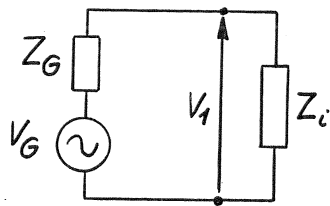
1.9.- Ingangsimpedantie.

De ingang van een lijn met lengte l situeert zich op de plaats $z = -l$. De waarde van de veralgemeende impedantie op die plaats noemen we de ingangsimpedantie van de lijn. Het is dus duidelijk foutief om aan te nemen dat je aan de ingang van een lijn de karakteristieke impedantie van de lijn als ingangsimpedantie ziet. Het is integendeel een complexe uitdrukking waarin terug de belastingsimpedantie en de afstand tot de belasting een belangrijke rol spelen. Als we de lengte van de lijn een beetje veranderen zien we onmiddellijk invloed op de ingangsimpedantie.

De ingangsimpedantie is slechts gelijk aan de karakteristieke impedantie als de lijn op het uiteinde is afgesloten op de karakteristieke impedantie.

Bronbelasting

1.10.



$$V_1 = \frac{Z_L}{Z_L + Z_G} V_G$$

$$V(z=-l) = V^+ e^{\gamma l} (1 + \Gamma(-l))$$

$$V_1 = V(z=-l)$$

$$V^+ = \frac{V_G e^{-\gamma l}}{\left(1 + \frac{Z_G}{Z_c}\right) + \left(1 - \frac{Z_G}{Z_c}\right) \Gamma(-l)}$$

$$Z_L = Z_c \frac{1 + \Gamma(-l)}{1 - \Gamma(-l)}$$

1.10.- Bronbelasting.

Nu kunnen we ons probleem helemaal oplossen, nl. het verband leggen tussen enerzijds de bron en anderzijds de amplitudes van de spannings-stroomgolven die op de lijn ontstaan, rekening houdend met de belasting op het uiteinde. Veronderstel een spanningsbron met een bronspanning met amplitude V_G en met een inwendige impedantie Z_G die aangesloten is op de ingang van een lijn metingangsimpedantie Z_L . De spanning V_1 over deingangsimpedantie is direct gevonden als een eenvoudige spanningsdeling. Maar deze spanning is uiteraard ook de spanning op de lijn op de plaats $z=-l$. Hieruit bepalen we de amplitude V^+ van de invallende golf.

In het domein van elektromagnetische golven worden veldsterktes en dus ook spanningen en stroomsterktes gekarakteriseerd door de amplitude en niet door de effectieve waarde. Dit is belangrijk bij het berekenen van vermogengrootheden.

Samengevat wordt het probleem van een belasting die wordt aangesloten op een bron via een transmissielijn, opgelost in een dubbele beweging: eerst van de belasting naar de bron, daarna terug van de bron naar de belasting.

Stap 1: Bereken de reflectiecoëfficiënt op de plaats van de belasting.

Stap 2: Transformeer de reflectiecoëfficiënt van de belasting naar de ingang van de transmissielijn.

Stap 3: Bereken de amplitude van de invallende golf.

Stap 4: Bereken het verloop van spanning en stroomsterkte langs de lijn.

Spanningsstaandegolfverhouding 1.11.

VSWR = voltage standing wave ratio

$$VSWR = \frac{|V(z)|_{\max}}{|V(z)|_{\min}}$$

geen verliezen $V(z) = V^+ e^{-j\beta z} (1 + \Gamma_R e^{j2\beta z})$

$$|V(z)|_{\max} = |V^+| (1 + |\Gamma_R|)$$

$$|V(z)|_{\min} = |V^+| (1 - |\Gamma_R|)$$

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma_R|}{1 - |\Gamma_R|} = S$$

$$|\Gamma_R| = \frac{S - 1}{S + 1}$$

1.11.- Spannings-staandegolfverhouding.

De interactie van een invallende golf en een gereflecteerde golf langs de transmissielijn veroorzaakt, een min of meer uitgesproken, staande-golfkarakter. We karakteriseren het staande-golfkarakter langs de lijn met de spannings-staandegolfverhouding. Dit is een grootheid die een beetje aan belang heeft ingeboet omdat we met de huidige netwerk analysers alle mogelijke grootheden kunnen aflezen terwijl we vroeger de VSWR (= voltage standing wave ratio) opmaten met een SWR (= standing wave ratio) -meter.

De maximale waarde van de spanning langs de lijn kan door reflectie een grotere waarde bereiken dan zou verwacht worden op basis van het vermogen dat wordt overgebracht van de bron naar de belasting.

Toepassing 1

1.12.

Lokale telefoonlijn

2-draadslijn : $2 \times \phi 0,5 \text{ mm}$

$$R = 171 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$L = 0,8 \text{ mH/km}$$

$$C = 34 \text{ nF/km}$$

$$G \approx 0$$

$$l = 5 \text{ km}$$

frequenties 300-3400 Hz analoge telefonie
tot 1 MHz ADSL

damping ?

faseconstante ?

1.12.- Toepassing 1: Lokale telefoonlijn.

De belangrijkste transmissielijn is zonder twijfel de tweedraadslijn, ook getwist aderpaar genoemd.

Toegepast voor de verbinding tussen een lokale telefooncentrale en het toestel van een abonnee, spreken we van een telefoonlijn of abonneelijn.

De bekabeling voor lokale computernetwerken in gebouwen wordt uitgevoerd in sterconfiguratie met getwiste aderpairs vanuit het sterpunt naar elke netwerkaansluiting.

In analoge telefonie wordt de abonneelijn gebruikt in doorlaatband met een bandbreedte van 3.100 Hz. In digitale telefonie gebruiken we basisband en is de bandbreedtebeperking opgeheven. Bij ADSL (= asymmetric digital subscriber line) wordt een frequentieband benut die gaat tot ongeveer 1.000 kHz.

We veronderstellen de transmissielijnparameters van een lokale telefoonlijn gegeven en constant voor alle frequenties die we beschouwen.

Als we even nadenken over de weerstand R realiseren we ons dat deze grootheid in werkelijkheid frequentieafhankelijk is door het skin-effect: naarmate de frequentie toeneemt situeert de stroomdichtheid zich sterker naar de rand van de dwarsdoorsnede van de geleiders waardoor de werkzame doorsnede afneemt en de weerstand toeneemt. We zullen nader ingaan op dit fenomeen bij coaxiale kabels in toepassing 2.

De grote waarde van de ohmse weerstand valt op: dit is niet te verwonderen voor 2 koperdraadjes met een diameter van 0,5 mm en een lengte van 5 km: je kan het gemakkelijk even narekenen met de klassieke formule voor de ohmse weerstand.!

Teken het verloop van de karakteristieke impedantie, van α en van β in functie van de frequentie (tot 1 MHz) en in meer detail voor de frequentieband van 300 tot 3.400 Hz.

Bepaal hieruit het verloop van de fasesnelheid en van de verzwakking in dB/km in functie van de frequentie. De verzwakking per km is de verhouding van het vermogen op een willekeurige plaats t.o.v. het vermogen 1 km verder. Deze verhouding is bepaald door $\exp(2\alpha 10^3)$, waarin α de verzwakkingsconstante in Np/m. De factor 2 is afkomstig van de afhankelijkheid $\exp(-\alpha z)$ van zowel de spanning als de stroomsterkte voor een spanning-stroomgolf die zich voortplant in de +z-richting. De overgang naar dB/km wordt verkregen door $10 \log_{10}$ te berekenen van de bekomen waarde.

Toepassing 2

1.13.

Coaxiaal TV-kabelnet

coaxiale kabel

binnengeleider $\phi 0,64 \text{ mm}$

buitengeleider $\phi 3,7 \text{ mm}$

geleiders = koper

diëlectricum = polyethyleen $\epsilon_r' = 2,28$

$$\epsilon_r'' = 7,01 \cdot 10^{-4}$$

transmissielijnparameters ?

1.13.- Toepassing 2: Coaxiaal TV-kabelnet.

Een tweede belangrijk type van transmissielijnen zijn coaxiale kabels, die we op grote schaal tegenkomen in televisiekabelnetten, voor de verbinding met de abonnees die in een straat zijn aangesloten op één en hetzelfde segment. We zoeken de transmissielijnparameters in functie van de geometrie, de afmetingen en de materiaaleigenschappen. In deze configuratie is dit relatief eenvoudig. Tussen de 2 coaxiale geleiders heerst er een radiaal gericht elektrisch veld en een circulair gericht magnetisch veld; deze veldverdeling is dezelfde als in de statische situatie.

Het berekenen van de capaciteit tussen de 2 coaxiale geleiders per eenheid van lengte is een klassiek elektrostatisch probleem dat behandeld wordt in paragraaf 2.3.2 van het boek "Electromagnetism" door I.S. Grant en W.R. Phillips.

Het berekenen van de inductantie per eenheid is een klassiek magnetostatisch probleem dat behandeld wordt in paragraaf 9.2.2 van het boek "Electromagnetism".

Het berekenen van de conductantie tussen de 2 geleiders wordt behandeld in paragraaf 4.1.2 van het boek "Electromagnetism", of althans de inverse grootheid van de conductantie.

We verwachten dat je voor een eenvoudige geometrie met een gekende veldverdeling, de berekening van de capaciteit, de inductantie en de conductantie kan uitvoeren.

Toepassing 2 (2)

1.14.

$R =$ weerstand /m

$$= \frac{1}{S \vartheta} = \frac{1}{2\pi a \delta \vartheta} + \frac{1}{2\pi b \delta \vartheta}$$

$$\delta = \left(\frac{2}{\omega \mu \vartheta} \right)^{1/2}$$

$$= \left(\frac{2}{2\pi \times 4 \cdot 10^8 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \times 5,8 \cdot 10^7} \right)^{1/2} = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$R = \frac{1}{2\pi \delta \vartheta} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{1}{2\pi \times 3,3 \times 10^{-6} \times 5,8 \times 10^7} \left(\frac{1}{0,32} + \frac{1}{1,85} \right) 10^3$$

$$= 3,05 \, \Omega/\text{m} \text{ bij } f = 400 \text{ MHz}$$

1.14.- Toepassing 2 (2).

De ohmse weerstand is niet de gelijkstroomweerstand van de 2 geleiders, maar wel de wisselstroomweerstand. De verdeling van de stroomdichtheid in de dwarsdoorsnede van een geleider concentreert zich meer en meer tegen de wand van de geleider naarmate de frequentie toeneemt en heeft tot gevolg dat de werkzame dwarsdoorsnede afneemt en de weerstand dus toeneemt. Dit verschijnsel is ons bekend uit het vak Elektrotechniek, waar het meestal als het skin-effect wordt aangeduid. In het boek "Electromagnetism" wordt de wisselstroomweerstand van een geleider berekend op het einde van paragraaf 11.5.

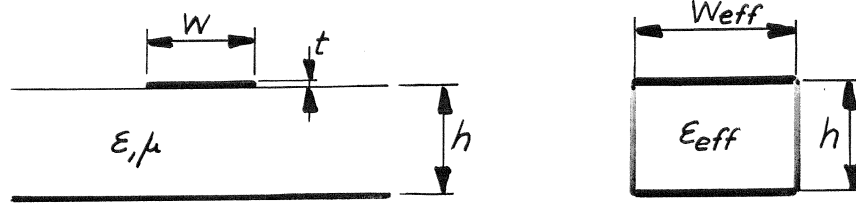
Hierbij hebben we de indringdiepte δ nodig die we zullen definiëren in les 3. In afwachting formuleren we hier de indringdiepte als de afstand tot de buitenrand van de geleider waar de stroomdichtheid is teruggevallen op een fractie $1/e$ t.o.v. de waarde aan de rand van de geleider. We gebruiken de uitdrukking voor δ die we in les 3 zullen afleiden. Om de wisselstroomweerstand te berekenen vervangen we de werkelijke geleiders door fictieve buisvormige geleiders met wanddikte δ en respectievelijk straal a en straal b . Als oppervlakte van de dwarsdoorsnede van deze buisvormige geleiders nemen we de omtrek maal de wanddikte. De filosofie achter deze werkwijze is duidelijk: we veronderstellen dat de stroom slechts aanwezig is in de dwarsdoorsnede van de coax-geleiders in een wanddikte δ . Via het fenomeen van de indringdiepte is de ohmse weerstand evenredig met de frequentie tot de macht $1/2$.

Op basis van de gevonden uitdrukkingen voor C , L , G en R kan het verloop berekend worden van de karakteristieke impedantie, de verzwakkings- en de faseconstante, de verzwakking in dB/km en de fasesnelheid in functie van de frequentie. Als je hier de fasesnelheid berekend voor de opgegeven coaxiale kabel in een frequentiegebied gaande van b.v. 10 MHz tot 1GHz dan blijkt deze quasi constant: er is voldaan aan de voorwaarde R veel kleiner dan ωL en G veel kleiner dan ωC , waardoor β evenredig is met ω .

Toepassing 3

1.15.

Microstriplijn



propagatiekarakteristieken?

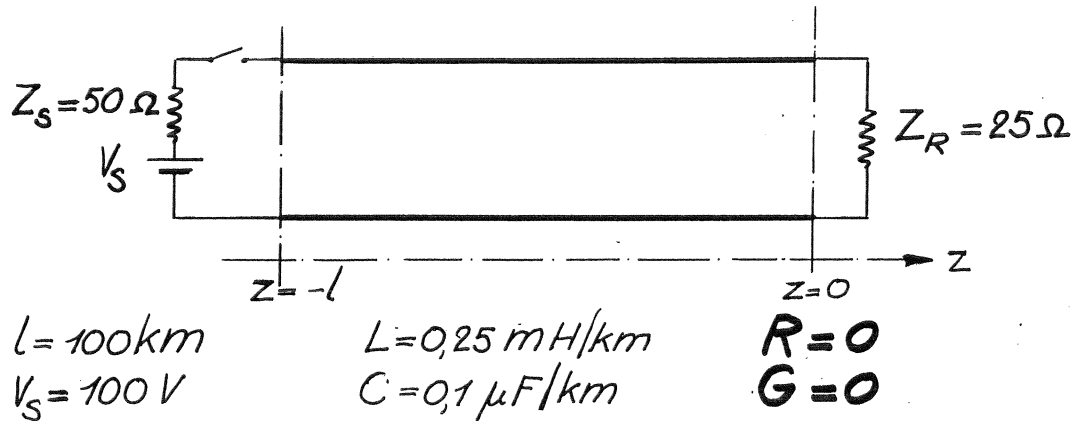
1.15.- Toepassing 3: Microstriplijn.

In elektronische circuits ontmoeten we verschillende types van planaire transmissielijnen: we behandelen de microstriplijn als voorbeeld. Ze bestaat uit een diëlectrisch substraat, onderaan bedekt met een geleidende laag, b.v. koper. Bovenaan ligt een stripgeleider met breedte W , b.v. ook in koper. De elektromagnetische analyse van een dergelijke, ogenschijnlijk eenvoudige structuur is geen eenvoudige opgave. Daarom vervangen we de werkelijke structuur door een equivalente dwarsdoorsnede bestaande uit een diëlectricum met dezelfde dikte, met een effectieve permittiviteit en een effectieve breedte; onder- en bovenzijde veronderstellen we bedekt met een elektrisch perfect geleidende laag; linker- en rechterzijkant veronderstellen we bedekt met een magnetisch perfect geleidende laag. Een magnetisch (perfect) geleidende laag is een fictie, die echter vaak wordt aangewend in een elektromagnetisch model.

In de leidraad bij les 1 zullen we stap voor stap uitleggen hoe je deze transmissielijn kan analyseren en meteen de kennis verworven in deze les voor jezelf kan toetsen aan een voorbeeld op het niveau van het examen.

Tijdsdomeinanalyse

1.16.



$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0,25 \cdot 10^{-6}}{0,1 \cdot 10^{-9}}} = 50 \Omega$$

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v(z, t) = f^+(z - ct) + f^-(z + ct)$$

$$i(z, t) = \frac{1}{Z_c} (f^+(z - ct) - f^-(z + ct))$$

1.16.- Tijdsdomeinanalyse.

In veel praktische situaties is een tijdsdomeinanalyse van de propagatieverschijnselen op een transmissielijn erg nuttig; b.v. bij het inschakelen van een generator op een energiedistributienet, bij digitale informatieoverdracht.

Ter aanvulling van de analyse in het frequentiedomein behandelen we beknopt de tijdsdomeinanalyse van een transmissielijn zonder verliezen, dus $R=0$ en $G=0$.

We beschouwen een eenvoudig praktisch voorbeeld van een lijn met een lengte van 100 km, L en C zijn gegeven, de karakteristieke impedantie is 50Ω en de fasesnelheid langs de lijn bedraagt 200.000 km/s.

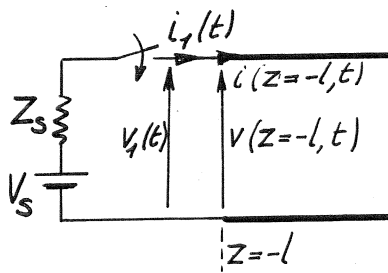
De bron is een gelijkspanningsbron met een bronspanning van 100 V en een inwendige impedantie $Z_s = 50 \Omega$. De bron kan met een schakelaar worden aangesloten op de ingang van de transmissielijn.

Op het uiteinde van de lijn hangt een zuiver reële belasting van 25Ω .

De spanning-stroomgolf die langs de lijn loopt wordt algemeen beschreven door de functie f die de golfvorm beschrijft.

In dit geval is het de bedoeling te analyseren welke golfverschijnselen er optreden als we de schakelaar op het tijdstip $t=0$ sluiten in een oneindig korte tijd. De golfvorm f is in dit geval een stapfunctie.

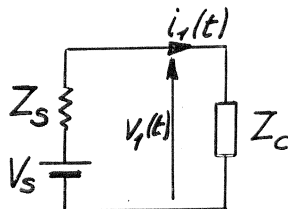
Tijdsdomeinanalyse(2) 1.17.



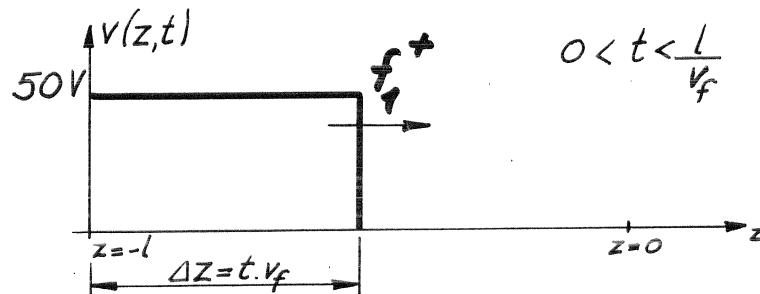
$t = 0$: schakelaar sluiten

$$V_s(t) - i_1(t) \cdot Z_s = v(z = -l, t) = f_1^+$$

$$i_1(t) = i(z = -l, t) = \frac{f_1^+}{Z_c}$$



$$f_1^+ = \frac{Z_c}{Z_c + Z_s} \cdot V_s(t)$$



1.17.- Tijdsdomeinanalyse (2).

Als we de schakelaar sluiten op het tijdstip $t = 0$ vertrekt er een golfvorm langs de lijn. Deze golfvorm is een stapfunctie met een amplitude f_1^+ voor de spanning die bepaald is door de spanningsdeling tussen de inwendige impedantie van de bron en de ingangsimpedantie van de lijn. Voor de ingangsimpedantie van de lijn moeten we even nadenken. Het is een tijdsdomeinanalyse: de golfvorm die vertrekt ziet enkel de ingang van de lijn maar kan op geen enkele manier rekening houden met het effect van de belasting, die zal pas voor het eerst bereikt worden na een tijd van 0,5 ms. Bijgevolg is de ingangsimpedantie hier gelijk aan de karakteristieke impedantie van de lijn. Dit stemt overeen met de intuïtieve redenering die we vaak volgen, maar die tot foutieve conclusies leidt bij een analyse in het frequentiedomein.

De verhouding tussen de amplitude van de spanning en de amplitude van de stroomsterkte is bepaald door de karakteristieke impedantie.

Deze spanning-stroomgolfvorm plant zich voort langs de lijn en bereikt de belasting na 0,5 ms.

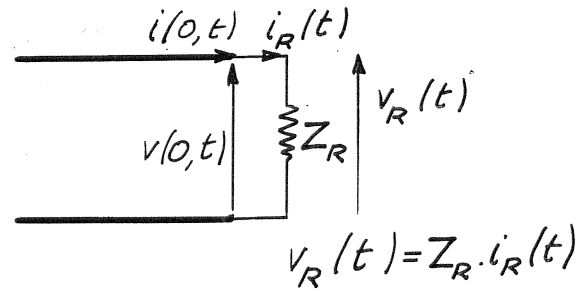
Tijdsdomeinanalyse(3)

1.18.

$$t = l/v_f$$

$$v(0,t) = f_1^+ + f_1^- = v_R(t)$$

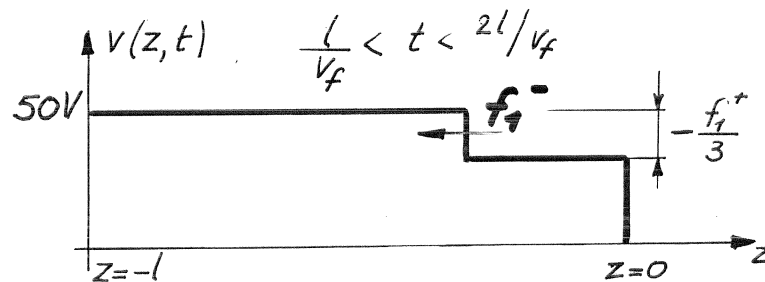
$$i(0,t) = \frac{1}{Z_c} (f_1^+ - f_1^-) = i_R(t)$$



$$v_R(t) = Z_R \cdot i_R(t)$$

$$\frac{Z_R}{Z_c} (f_1^+ - f_1^-) = f_1^+ + f_1^-$$

$$f_1^- = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c} \cdot f_1^+$$



1.18.- Tijdsdomeinanalyse (3).

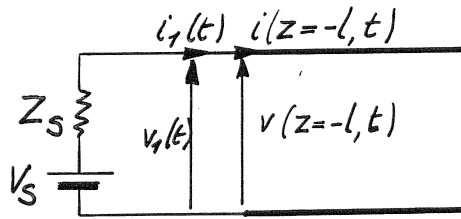
Op het tijdstip $t=l/c=0,5$ ms bereikt de spannings-stroomgolfvorm de belasting en zou over de belasting een spanning willen plaatsen van 50V met een stroomsterkte door de belasting van 1A. De belastingsimpedantie Z_R is echter gelijk aan 25Ω . Het is duidelijk dat de invallende golf alleen niet kan voldoen aan de impedantievoorwaarde opgelegd door de belasting. Er ontstaat een gereflecteerde spannings-stroomgolfvorm. De amplitude van de spanning f_1^- is bepaald door de spanningsreflectiecoëfficiënt van de belasting t.o.v. de karakteristieke impedantie van de lijn.

Deze gereflecteerde spannings-stroomgolfvorm propageert van de belasting naar de bron en reduceert de spanning met een derde.

Het neemt terug een tijdsduur van 0,5 ms in beslag om de afstand van de belasting naar de bron af te leggen.

Tijdsdomeinanalyse (4)

1.19.

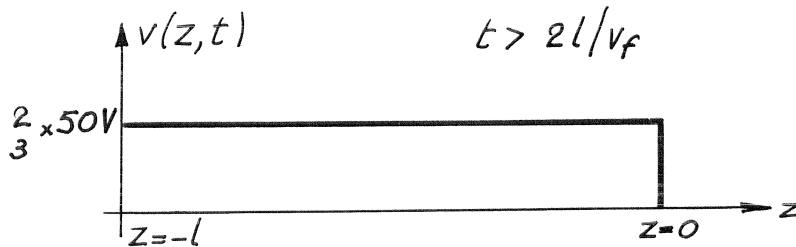


$$t = 2l/v_f$$

$$V_S(t) - i_1(t) \cdot Z_S = V_1(t) = V(z = -l, t) = f_1^+ + f_1^- + f_2^+$$

$$i_1(t) = i(z = -l, t) = \frac{1}{Z_c} (f_1^+ - f_1^- + f_2^+)$$

$$f_1^+ + f_2^+ = \underbrace{\frac{Z_c}{Z_S + Z_c} \cdot V_S(t)}_{f_1^+} + \underbrace{\frac{Z_S - Z_c}{Z_S + Z_c} \cdot f_1^-}_{=0} \rightarrow f_2^+ = 0$$



1.19.- Tijdsdomeinanalyse (4).

Op het tijdstip $t = 2l/c = 1 \text{ ms}$ bereikt de gereflecteerde spannings-stroomgolfvorm de ingang van de lijn. De verhouding tussen spanning en stroomsterkte is gelijk aan de karakteristieke impedantie van de lijn. In het algemene geval is de bronimpedantie Z_S verschillend van de karakteristieke impedantie van de lijn en ontstaat er opnieuw een gereflecteerde golf die zich beweegt van de bron naar de belasting. De amplitude van de spanning f_2^+ is bepaald door de spanningsreflectiecoëfficiënt van de bronimpedantie t.o.v. de karakteristieke impedantie van de lijn.

In dit v.b. is de bronimpedantie gelijk aan 50Ω gekozen en is de amplitude f_2^+ gelijk aan nul.

In dit specifieke geval is na 2 bewegingen (invallende golf, gereflecteerde golf) de evenwichtstoestand bereikt en staat er over de ganse lengte van de lijn een spanning van $(100/3) \text{ V}$.

Tijdsdomeinanalyse(5)

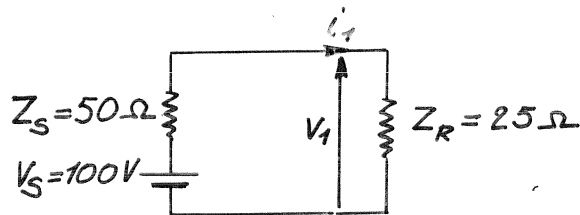
1.20.

evenwichtstoestand

$$i_1 = \frac{f_1^+ - f_1^-}{Z_c} = \frac{50 - 50/3}{50} = \frac{4}{3} \text{ A} = 1,333 \text{ A}$$

$$i_1 \cdot Z_s = \frac{4}{3} \times 50 = 66,666 \text{ V}$$

$$V_1 = f_1^+ + f_1^- = 50 - \frac{50}{3} = 33,333 \text{ V}$$



1.20.- Tijdsdomeinanalyse (5).

De evenwichtstoestand is in dit geval bereikt na 1 ms en kan op voorhand voorspeld worden. De transmissielijn werd verliesvrij verondersteld: bij evenwicht speelt ze geen rol meer. Het schema kan vereenvoudigd worden tot een gelijkspanningsbron met een bronspanning van 100 V en een inwendige impedantie van 50 Ω die aangesloten is op een belastingsimpedantie van 25 Ω . De klemspanning over de belasting is bepaald door de spanningsdeling tussen bronimpedantie en belastingsimpedantie. De stroomsterkte is bepaald door de bronspanning en de globale vervangingsimpedantie. Deze redenering leidt, uiteraard, tot dezelfde resultaten als de eindsituatie van de tijdsdomeinanalyse.

Les 2.-Impedantietransformatie en -aanpassing

2.1.

- normalisatie
- Smith-kaart
- impedantietransformatie
- impedantie-aanpassing

enkele stub

dubbele stub

kwart-golflengte transformator

Les 2.- Impedantietransformatie en –aanpassing.

2.1.- Impedantietransformatie en –aanpassing.

In deze tweede les over transmissielijnen gaan we dieper in op het aspect impedantie in de frequentiedomeinanalyse. We onderzoeken meer in detail het verloop van de impedantie langs een lijn en we bestuderen de concepten impedantietransformatie en impedantieaanpassing.

Als eerste stap voeren we een normalisatie door van de veralgemeende impedantie t.o.v. de karakteristieke impedantie van de lijn. De genormaliseerde impedantie is eenduidig bepaald door het verloop van de reflectiecoëfficiënt in functie van de plaats z . Door de normalisatie wordt de behandeling onafhankelijk van de karakteristieke impedantie en krijgt ze een meer algemeen karakter.

Als een transmissielijnsysteem bestaat uit een cascade van opeenvolgende secties met een verschillende karakteristieke impedantie, dan geldt de normalisatie slechts sectie per sectie. Dit betekent dat bij de overgang van de ene naar de andere sectie, de genormaliseerde impedantie eerst wordt gedenormaliseerd en daarna opnieuw wordt genormaliseerd t.o.v. de nieuwe karakteristieke impedantie.

De reflectiecoëfficiënt op een willekeurige plaats z langs de lijn staat in een eenduidig verband met de genormaliseerde impedantie op die plaats en omgekeerd.

De reflectiecoëfficiënt op een willekeurige plaats z bestaat uit een reëel deel $U(z)$ en een imaginair deel $V(z)$.

Genormaliseerde impedantie

2.2.

$$Z(z) = Z_c \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} = Z_c \cdot \frac{V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z}}{V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z}} = \frac{V(z)}{I(z)}$$

normaliseren t.o.v. Z_c

$$z(z) = \frac{Z(z)}{Z_c} = \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} = r(z) + jx(z)$$

$$\Gamma(z) = \frac{z(z) - 1}{z(z) + 1} = U(z) + jV(z)$$

2.2.- Genormaliseerde impedantie.

We wensen een grafische voorstelling te ontwikkelen van de impedantie langs een transmissielijn die onafhankelijk is van de karakteristieke impedantie van de lijn.

Vooreerst herinneren we er aan dat de impedantie langs de lijn in een éénduidig verband staat met de reflectiecoëfficiënt langs de lijn.

Om een normalisatie door te voeren delen we door de karakteristieke impedantie van de lijn.

We noteren niet-genormaliseerde grootheden met een grote letter en genormaliseerde grootheden met een kleine letter.

Complexe $\Gamma(z)$ -vlak

2.3.

$$\Gamma(z) = U + jV = \frac{z-1}{z+1} = \frac{r+jx-1}{r+jx+1}$$

meetkundige plaats $r = c^{te}$

$$\left(U - \frac{r}{r+1}\right)^2 + V^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2$$

$$\text{cirkel: straal} = \frac{1}{r+1}$$

$$\text{middelpunt: } U = \frac{r}{r+1} \quad V = 0$$

meetkundige plaats $x = c^{te}$

$$(U-1)^2 + \left(V - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\text{cirkel: straal} = \frac{1}{x}$$

$$\text{middelpunt: } U = 1 \quad V = \frac{1}{x}$$

2.3.- Complexe $\Gamma(z)$ -vlak.

Het is onze bedoeling het verloop van de genormaliseerde impedantie grafisch af te beelden in het vlak van de complexe reflectiecoëfficiënt (dit wordt de Smith-kaart genoemd). De achterliggende reden is eenvoudig. De absolute waarde van de reflectiecoëfficiënt is nooit groter dan 1; bijgevolg kunnen alle mogelijke waarden van de reflectiecoëfficiënt en dus ook van de impedantie afgebeeld worden in een cirkel met straal 1 in het complexe Γ -vlak.

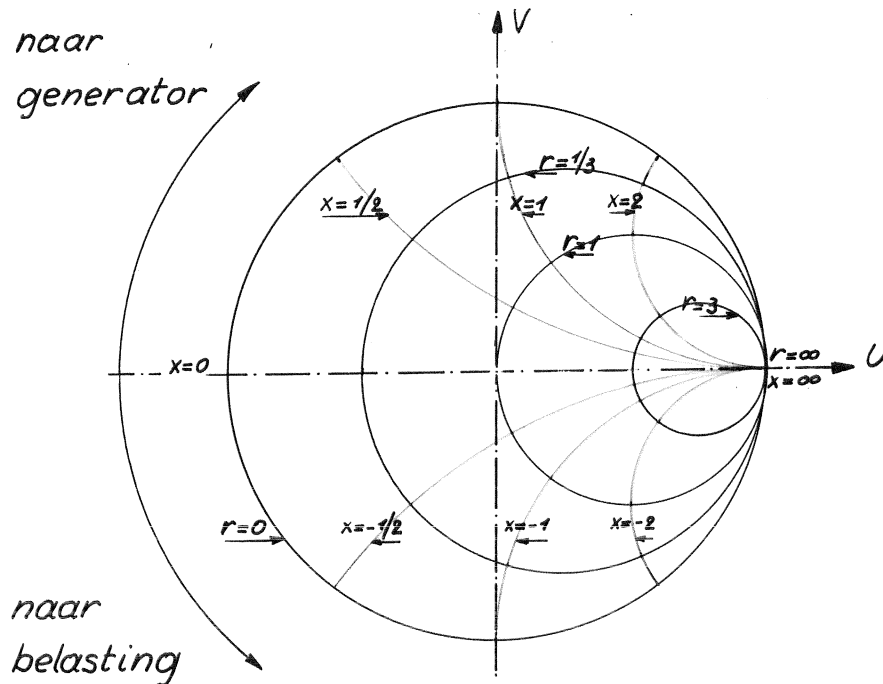
We zoeken in het complexe Γ -vlak de meetkundige plaats van de impedanties met een constant reëel deel en van de impedanties met een constant imaginair deel. Dit blijken cirkels te zijn, die we op elke voorgedrukte Smith-kaart terugvinden.

De cirkels die een constant reëel deel afbeelden hebben middelpunten gelegen op de reële as. Voor een reëel deel gelijk aan nul, is de straal van de cirkel gelijk aan 1. Voor een reëel deel gelijk aan oneindig, is de straal gelijk aan nul.

De cirkels die een constant imaginair deel afbeelden hebben middelpunten die gelegen zijn op de verticale lijn getekend op de plaats $U = 1$. Voor een imaginair deel gelijk aan nul, is de straal van de cirkel gelijk aan oneindig. Voor een imaginair deel gelijk aan oneindig, is de straal gelijk aan nul.

Smith-kaart (1)

2.4.



2.4.- Smith-kaart.

Als we de principetekening van de Smith-kaart even nader bekijken dan blijkt duidelijk dat de getekende cirkels overeenstemmen met de meetkundige plaatsen die we hiervoor berekenden.

Positieve imaginaire waarden worden afgebeeld in de bovenste halve cirkel van de Smith-kaart en stellen dus inductieve reactanties voor. Negatieve imaginaire waarden worden afgebeeld in de onderste halve cirkel van de Smith-kaart en stellen dus capacatieve reactanties voor.

Het is opvallend dat grote waarden zowel van r als van x , zich concentreren in een kleine zone, maar dat is zelden een probleem bij het gebruik van deze grafische voorstelling.

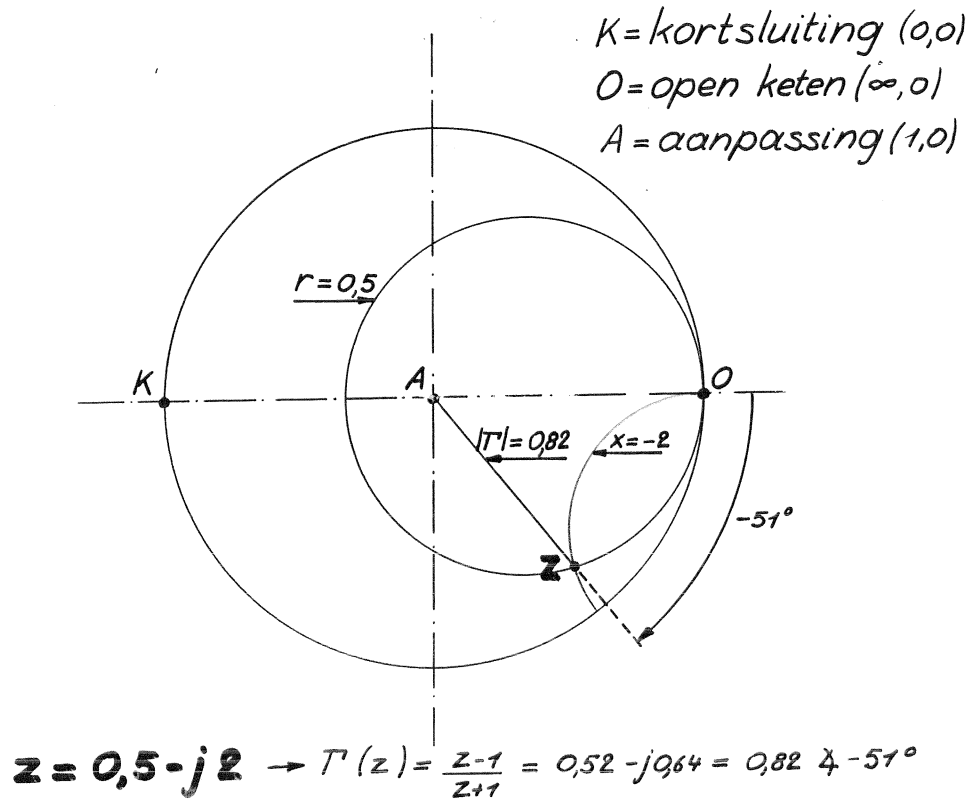
Veronderstel even dat je de genormaliseerde belastingsimpedantie op het uiteinde van een transmissielijn afbeeldt op de Smith-kaart. In gedachten beweeg je langs de transmissielijn (die we zonder verliezen veronderstellen) van de belasting naar de bron, dan stemt dit overeen met een beweging op een cirkel, met middeelpunt in de oorsprong van de Smith-kaart. De beweging op de Smith-kaart gebeurt in uurwijzerzin, in overeenstemming met de pijl "naar de generator". Besef dat je beweegt in het vlak van de complexe reflectiecoëfficiënten: de fase van de reflectiecoëfficiënt verandert volgens de functie $\exp(j2\beta z)$; naar de bron toe wordt z steeds meer negatief en dus ook de fase van de reflectiecoëfficiënt. In het complexe vlak stemt dit inderdaad overeen met een beweging in uurwijzerzin.

Als je beweegt in gedachten van de bron naar de belasting toe, wordt z steeds meer positief en wordt ook de fase van de reflectiecoëfficiënt steeds meer positief. Dit stemt overeen met een beweging op de Smith-kaart in tegenuurwijzerzin, volgens de pijl "naar de belasting".

Bewegen op een cirkel op de Smith-kaart als afbeelding van een beweging langs een transmissielijn geldt uitsluitend als de transmissielijn verliesvrij is. Als de transmissielijn verliezen heeft, beschrijft de afbeelding op de Smith-kaart een spiraal i.p.v. een cirkel.

Smith-kaart (2)

2.5.



2.5.- Smith-kaart (2).

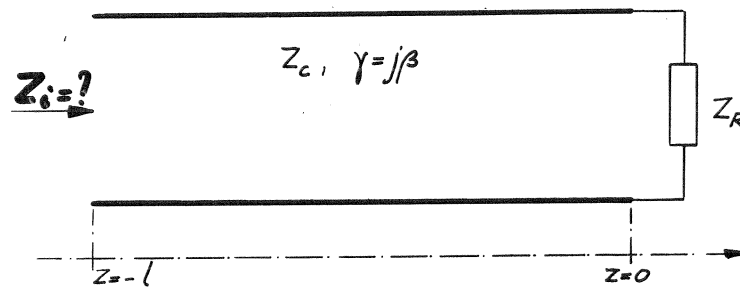
Het is nuttig de afbeelding van een kortsluiting, een open keten, een aanpassing blindelings, bij manier van spreken, terug te vinden op een Smith-kaart. Dit bespaart veel tijd als we straks impedantieaanpassingen via de Smith-kaart zullen bepalen.

De figuur laat duidelijk zien hoe elk punt op de Smith-kaart een complexe reflectiecoëfficiënt (absolute waarde en fase) en de bijhorende impedantie (reëel deel en imaginair deel) voorstelt.

Als we bewegen op de Smith-kaart op een cirkel (met middelpunt in het centrum) blijft de absolute waarde van de reflectiecoëfficiënt constant, enkel de fase verandert.

Als we bewegen langs een verliesvrije lijn blijft de absolute waarde van de reflectiecoëfficiënt constant, enkel de fase verandert. Dit geldt niet voor de absolute waarde van de impedantie. Hier komt het concept van impedantiëtransformatie te voorschijn. De impedantie wordt getransformeerd langs de lijn volgens de uitdrukking die we in les 1 berekend hebben, maar op een eenvoudige grafische manier kan voorgesteld worden in het vlak van de complexe reflectiecoëfficiënten.

Impedantietransformatie (1) 2.6.



transmissielijn: zonder verliezen $\gamma = j\beta$

belasting: $z_R = \frac{Z_R}{Z_c}$ $\Gamma_R = \frac{Z_R - 1}{Z_R + 1}$

$$\Gamma(z = -l) = \Gamma_R e^{-2j\beta l} = \Gamma_R \cdot e^{-j2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l}$$

$$z_i = \frac{z_R + j \tan \beta l}{1 + j z_R \tan \beta l}$$

$$l = \frac{\lambda}{2} \rightarrow 2\pi$$

$$= \frac{1 + \Gamma(z = -l)}{1 - \Gamma(z = -l)}$$

2.6.- Impedantietransformatie (1).

We formuleren het concept impedantietransformatie als volgt: een belastingsimpedantie transformeert zich via een lijn naar de ingang, of naar elke willekeurige plaats z langs de lijn.

Vanaf hier veronderstellen we tot nader order verliesvrije transmissielijnen, of toch zo geringe verliezen dat we ze kunnen verwaarlozen.

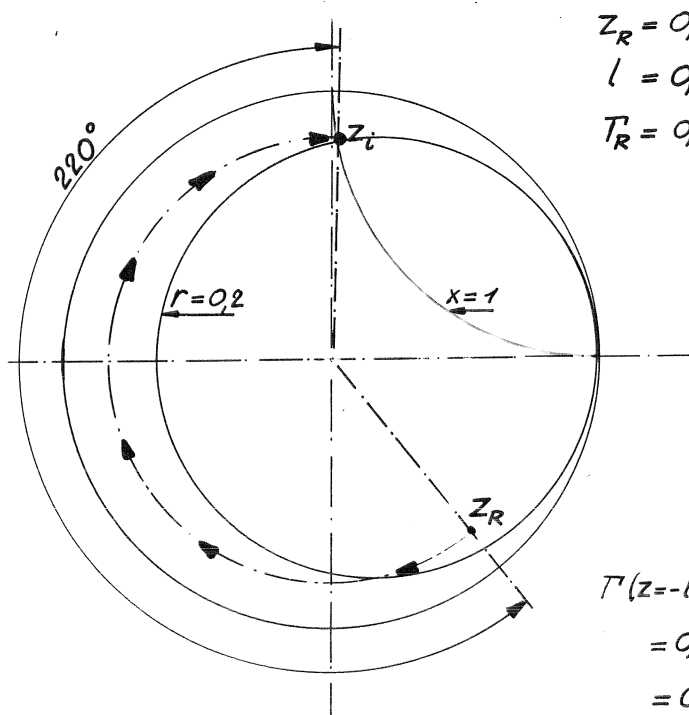
De genormaliseerde ingangsimpedantie kunnen we onmiddellijk opschrijven op basis van de uitdrukking die we in les 1 hebben afgeleid, mits te normaliseren t.o.v. de karakteristieke impedantie en verliezen te verwaarlozen. Het resultaat is weinig doorzichtig.

Via een overgang naar de bijhorende complexe reflectiecoëfficiënt vertaalt de transformatie zich in een cirkelbeweging op de Smith-kaart en via de inverse overgang van de complexe reflectiecoëfficiënt naar de bijhorende impedantie, wordt het concept impedantietransformatie op een eenvoudige manier gevisualiseerd.

We illustreren dit concept met een voorbeeld: een transmissielijn met een karakteristieke impedantie van 50Ω en een lengte van $0,306$ golflengten is op het uiteinde afgesloten op een belastingsimpedantie van $(25 - j100) \Omega$. Op de volgende transparant bepalen we via de Smith-kaart hoe de belastingsimpedantie zich transformeert naar de ingang van de lijn.

Impedantietransformatie (2)

2.7.



$$Z_R = 0,5 - j2$$

$$l = 0,306 \lambda$$

$$\Gamma_R = 0,82 \angle -51^\circ$$

$$\begin{aligned} \Gamma(z=-l) &= \Gamma_R e^{-2j\beta l} \\ &= 0,82 e^{-j51^\circ - j220^\circ} \\ &= 0,82 e^{-j271^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_i &= \frac{1 + \Gamma(z=-l)}{1 - \Gamma(z=-l)} \\ &= 0,2 + j \end{aligned}$$

2.7.- Impedantietransformatie (2).

We normaliseren de belastingsimpedantie t.o.v. de karakteristieke impedantie van de lijn en beelden deze waarde af in het punt z_R . Dit punt stemt overeen met een reflectiecoëfficiënt ter hoogte van de belasting met een absolute waarde van 0,82 en een fase van -51° .

We bewegen in gedachten langs de transmissielijn naar de bron toe: uurwijzerzin op de Smith-kaart. De lengte van de transmissielijn is 0,306 golflengten. Op de Smith-kaart is dit bewegen over een hoek van 220° , omdat 360° overeenstemt met een halve golflengte. De absolute waarde van de reflectiecoëfficiënt is door deze beweging niet veranderd, de fase is -271° geworden.

In het punt z_i lezen we de genormaliseerde waarde af van de ingangsimpedantie: $(0,2+j)$. Na denormalisatie vinden we de ingangsimpedantie: $(10+j50) \Omega$.

Admittanties (1)

2.8.

$$Y(z) = \frac{I(z)}{V(z)} = \frac{1}{Z(z)}$$

$$y(z) = \frac{1}{z(z)} = \frac{Z_c}{Z(z)} = \frac{Y(z)}{Y_c}$$

$$\Gamma(z) = \frac{z-1}{z+1}$$

$$\Gamma(y) = \frac{1-z}{1+z} = -\Gamma(z)$$

$$\Gamma(z=-l=-\frac{\lambda}{4}) = \Gamma(z=0)e^{-2j\beta l} = \Gamma(z=0)e^{-j\pi} = -\Gamma(z=0)$$

2.8.- Admittanties (1).

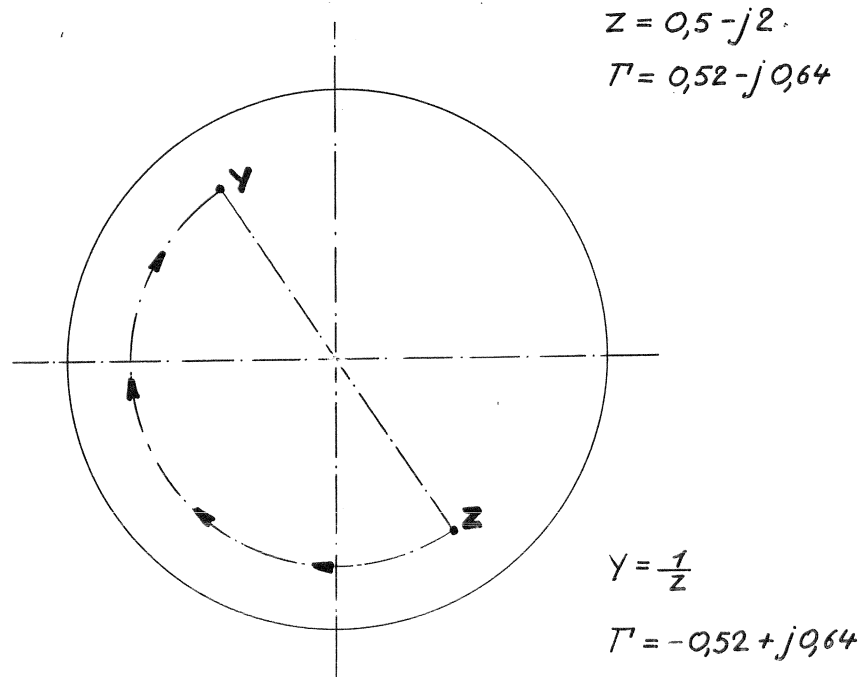
Vaak plaatsen we impedanties in parallel en is het gemakkelijker te werken met admittanties i.p.v. met impedanties. De genormaliseerde admittantie is de inverse waarde van de genormaliseerde impedantiewaarde. De bijhorende reflectiecoëfficiënt is de negatieve waarde van de oorspronkelijke reflectiecoëfficiënt. Er zijn nu twee mogelijke werkwijzen.

Ofwel gebruiken we voor admittanties een speciale admittantie Smith-kaart die het spiegelbeeld vormt van de impedantiekaart. Telkens we overschakelen van impedanties naar admittanties of omgekeerd, veranderen we ook van kaart. We gebruiken deze werkwijze niet.

Ofwel gebruiken we één en dezelfde kaart en beelden daar zowel admittanties als impedanties op af. Om van een impedantiewaarde over te schakelen naar de overeenstemmende admittantiewaarde, verplaatsen we ons naar het diametraal gelegen punt: we vinden er inderdaad de inverse waarde en de reflectiecoëfficiënt in dat punt heeft het tegenovergesteld teken of een faseverschil van 180° .

Admittanties (2)

2.9.



2.9.- Admittanties (2).

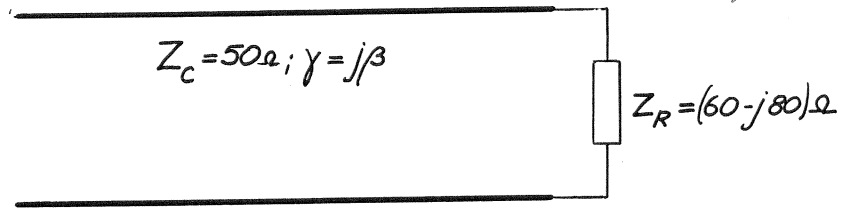
De tweede werkwijze wordt hier duidelijk afgebeeld. We zullen in de oefeningen heel vaak overschakelen van impedanties naar admittanties en omgekeerd: bij serieschakelingen zullen we impedanties gebruiken, bij parallelschakelingen admittanties.

Op de figuur vertrekken we van een genormaliseerde impedantie $(0,5-j2)$; de bijhorende reflectiecoëfficiënt is $(0,52-j0,64)$. Beide grootheden kunnen afgelezen worden in het punt z.

De overeenstemmende admittantiëwaarde en de bijhorende reflectie-coëfficiënt kunnen afgelezen worden in het diametraal gelegen punt y. De bijhorende reflectiecoëfficiënt heeft inderdaad het tegenovergesteld teken

$(-0,52 + j0,64)$.

Impedantie-aanpassing (1) 2.10.



$$z_R = \frac{Z_R}{Z_C} = \frac{60 - j80}{50} = 1,2 - j1,6 \quad \quad \quad Y_R = \frac{1}{Z_R} = 0,3 + j0,4$$

$$\Gamma_R = \frac{z_R - 1}{z_R + 1} \quad \quad \quad \Gamma(z = -l) = \Gamma_R e^{-2j\beta l}$$

$$= 0,59 e^{-j46,8^\circ - j2\beta l}$$

$$= 0,59 \angle -46,8^\circ$$

2.10.- Impedantie-aanpassing.

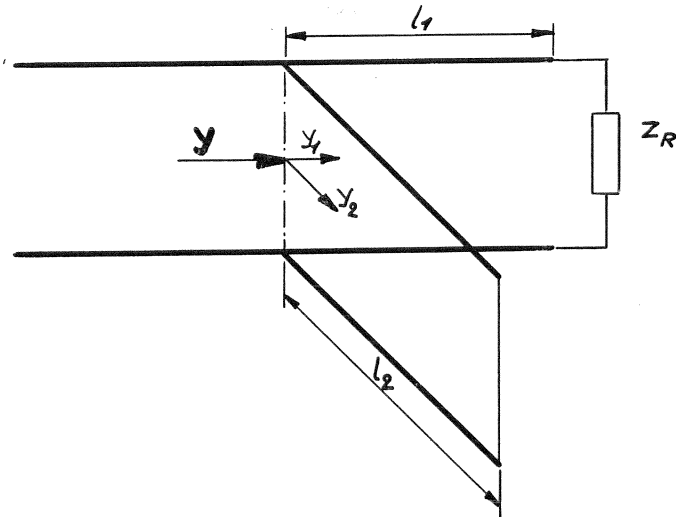
We bekijken nu het belangrijke probleem van impedantieaanpassing, dat we introduceren via een voorbeeld. Veronderstel een lijn met een gekende karakteristieke impedantie van 50Ω afgesloten op een belastingsimpedantie met een gegeven waarde $(60 - j80) \Omega$. We stellen vast dat de spanningsreflectiecoëfficiënt $0,59$ bedraagt, hetgeen betekent dat 35% van het vermogen (kwadraat van de spanningsreflectiecoëfficiënt) door de belasting gereflecteerd wordt. Er ontstaat een staandegolfpatroon op de lijn met een $VSWR=3,88$. Deze situatie heeft belangrijke nadelen. Vermogen dat gereflecteerd wordt bereikt de ontvanger niet en verlaagt er de ontvangen signaal-tot-ruisvermogenverhouding. Vermogen dat gereflecteerd wordt komt terecht op de zender; sommige zenders zijn daar niet tegen bestand. Een uitgesproken staandegolfpatroon op een lijn veroorzaakt grotere verliezen voor hetzelfde vermogentransport en groter gevaar voor doorslag naarmate de $VSWR$ groter is.

Wat doen we om deze situatie te verbeteren?

Uit netwerktheorie weten we dat de bron maximaal vermogen levert als ze is afgesloten op een aangepaste belasting die het complex toegevoegde is van de inwendige impedantie. Als we dit concept hier toepassen moet de ingangsimpedantie van de lijn het complex toegevoegde zijn van de inwendige impedantie van de bron. Voor de bron lijkt het probleem opgelost, maar dit is maar schijn. De ingangsimpedantie (zie de uitdrukking) is zeer gevoelig aan frequentieveranderingen: in de praktijk is dit geen bruikbare oplossing. Daarom geldt hier de volgende regel:

“Zowel de belastingsimpedantie als de bronimpedantie worden aangepast aan de karakteristieke impedantie van de transmissielijn, derwijze dat er geen reflecties ontstaan.” Uiteraard is dit een streefdoel, dat we zo goed mogelijk proberen te benaderen. Meteen betreden we het uitgebreide domein van de impedantieaanpassing waarvan we de basisprincipes zullen behandelen. We verwachten dat je via de oefenzitting toch behoorlijk bedreven raakt in de oplossingstechnieken die worden aangereikt.

Impedantie-aanpassing (2) 2.11.



$$y = y_1 + y_2$$

$$y_2 = j b_2$$

$$y_1 = 1 - j b_2$$

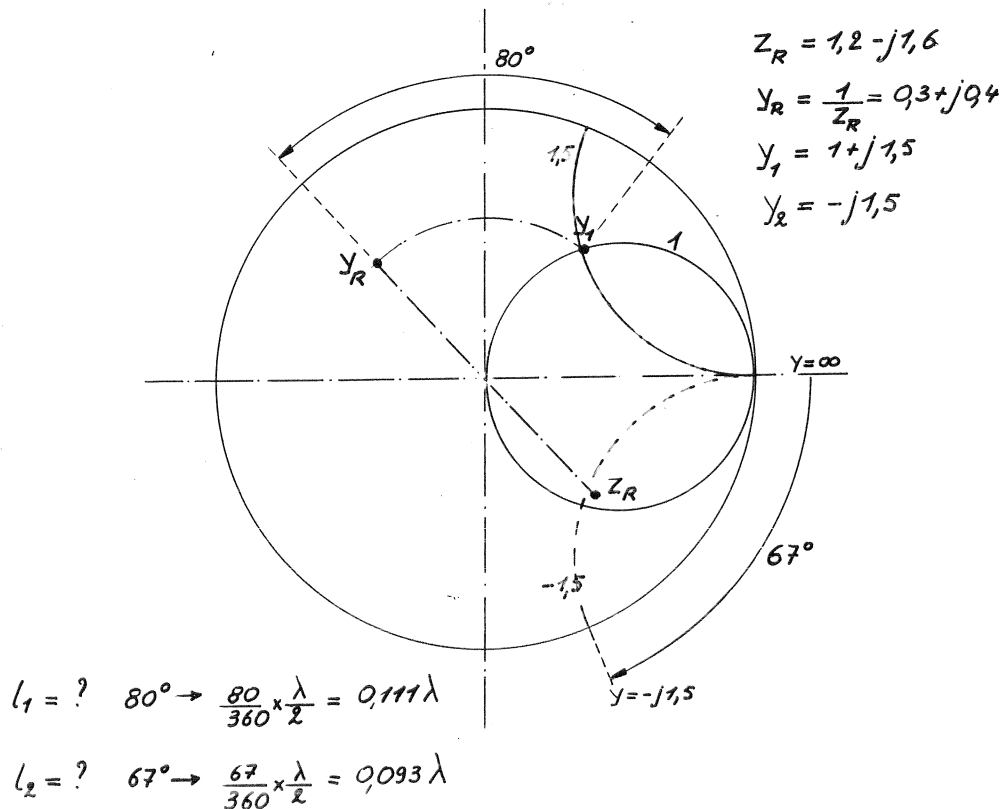
2.11.- Impedantie-aanpassing (2).

Het eerste principe van impedantieaanpassing is gebaseerd op het toevoegen van zuiver reactieve elementen in serie of in parallel. In werkelijkheid hebben deze zuiver reactieve elementen ook verliezen, maar we veronderstellen dat ze als verliesvrij kunnen benaderd worden. Deze reactieve elementen bestaan typisch uit een stukje transmissielijn dat op het uiteinde een kortsluiting heeft of een open keten. In de mate dat de afsluitimpedantie perfect is en het stukje transmissielijn geen verliezen heeft, benaderen we een zuiver reactief element.

Op de figuur bestaat het reactief element uit een stukje lijn met lengte l_2 en een kortsluiting op het uiteinde. Een zuiver reactief element heeft een zuiver imaginaire ingangsimpedantie en -admittantie. We schakelen dit reactieve element in parallel op een afstand l_1 van de belasting. De plaats l_1 wordt zo bepaald dat de admittantie y_1 er een reëel deel heeft dat gelijk is aan 1. Het imaginaire deel $-jb_2$ wordt gecompenseerd door in parallel een reactantie $y_2 = +jb_2$ te plaatsen. Vanaf de plaats van het reactieve element is de lijn perfect aangepast als we dit principe perfect zouden kunnen realiseren. Op de lijn, tussen de belasting en het parallelelement heerst er een staandegolfpatroon zoals voorheen, daarom wordt de lengte l_1 zo kort als mogelijk gehouden. Op het stukje transmissielijn in parallel heerste er uiteraard een volledig staandegolfpatroon, want op het uiteinde is er een kortsluiting.

Impedantie-aanpassing (3)

2.12.



2.12.- Impedantie-aanpassing (3).

De figuur toont hoe we deze impedantieaanpassing gemakkelijk kunnen ontwerpen d.m.v. de Smith-kaart. We veronderstellen alle lijnen verliesvrij. We beelden de belastingsimpedantie af in het punt z_R en zoeken de bijhorende admittantie (diametraal gelegen punt y_R). We bewegen vanuit de belasting langs de lijn naar de generator toe tot in het punt y_1 op de Smith-kaart waar het reëel deel van de admittantie 1 is; het imaginaire deel is er $+j1,5$.

We plaatsen er een reactief element in parallel met een ingangsadmittantie

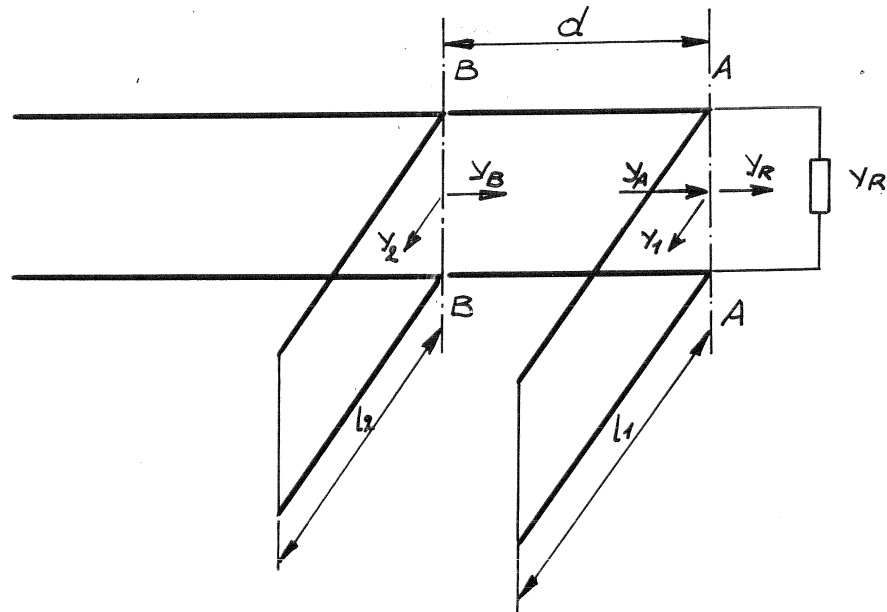
$(-j1,5)$. De plaats l_1 leiden we af uit de hoek van 80° waarover we gedraaid hebben op de Smith-kaart. Op de Smith-kaart stemt 360° overeen met een halve golflengte afstand langs de transmissielijn, 80° is bijgevolg $0,111$ golflengten.

Om de lengte van het reactieve element te bepalen vertrekken we vanuit een kortsluiting en zoeken het bijhorend admittantiepunt $y=\infty$. Daarna draaien we, opnieuw naar de generator toe over een hoek van 67° tot we de gepaste reactantie van $y=-j1,5$ bereiken. De lengte van het stukje transmissielijn in parallel volgt uit de hoek van 67° waarover we gedraaid hebben.

In dit ontwerp beschikken we over 2 vrijheidsgraden: de afstand l_1 en de lengte l_2 . Dit volstaat om elke impedantie te kunnen aanpassen. Nadeel is dat de afstand l_1 voor elke impedantie verschilt.

Dubbele stubaanpassing

2.13.



$$Y_R = g_R + jb_R$$

$$Y_A = Y_R + Y_1$$

$$Y_B = \text{transformatie van } Y_A \text{ over } d$$

$$\text{Re}[Y_B] = 1$$

$$Y_B + Y_2 = 1$$

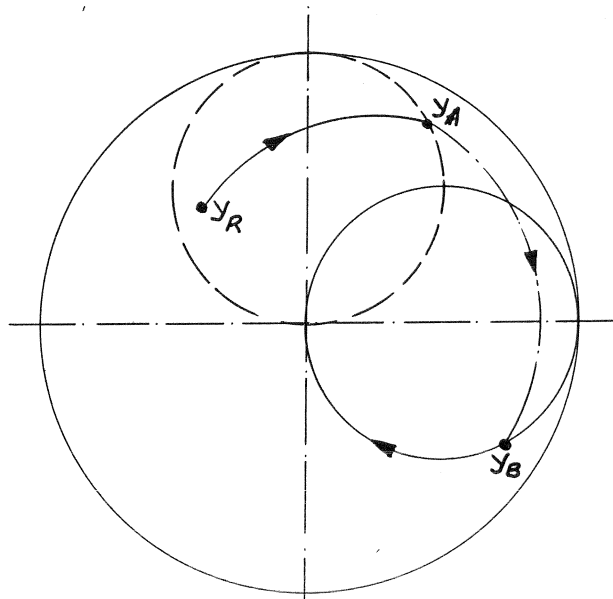
2.13.- Dubbele stubaanpassing.

In de figuur is een dubbele parallelstubaanpassing getekend. Het is de bedoeling te komen tot een standaardcomponente bestaande uit twee verplaatsbare kortsluitingen in de parallelstubs die op een vaste afstand d van elkaar staan. Deze componente wordt gemonteerd tussen het uiteinde van de transmissielijn en de belasting. Het principe is hetzelfde als bij een enkele parallelstubaanpassing, er zijn terug 2 vrijheidsgraden nl. de lengtes van de parallelstubs l_1 en l_2 . In het vlak AA is de belastingsadmittantie aangesloten, waarde Y_R . Na het parallelschakelen van de stub in AA is de globale admittantie in AA gelijk aan Y_A . Deze admittantie wordt over de afstand d (via een verliesvrije lijn) getransformeerd in een admittantie Y_B . We eisen dat het reële deel van Y_B gelijk is aan 1, derwijze dat het parallelschakelen van de stub in BB aanleiding geeft tot een globale admittantie gelijk aan 1.

Als we de voorwaarde $\text{Re}[Y_B] = 1$ verder uitwerken (zie ref. COLLIN) blijkt dat g_L , zijnde het reële deel van de admittantie Y_L , aan een bepaalde voorwaarde moet voldoen opdat de belastingsadmittantie zou kunnen aangepast worden. We voeren de berekening hier niet uit, maar vestigen er enkel de aandacht op dat de 2 vrijheidsgraden l_1 en l_2 hier niet volstaan om te garanderen dat elke belastingsadmittantie zou kunnen aangepast worden.

[COLLIN]= R.E. Collin: "Foundations for microwave engineering" uitg. McGraw-Hill, 2de uitgave 1992, blz. 315.

Dubbele stubaanpassing (2) 2.14.



$$y_R = 0,3 + j0,4$$

$$y_A = y_R + jb_1$$

$$y_B = \text{transformatie van } y_A \text{ over } d = \lambda/8$$

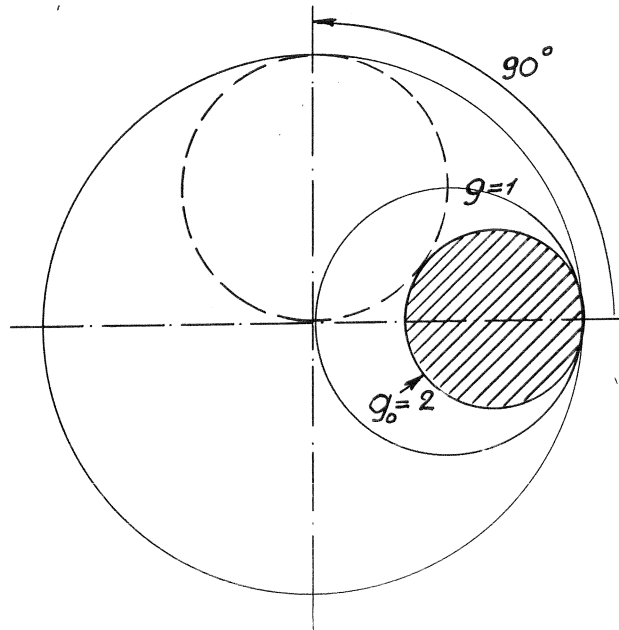
$$y_B + jb_2 = 1$$

2.14.- Dubbele stubaanpassing (2).

We tonen eerst met een v.b. hoe je een dubbele stubaanpassing kan ontwerpen d.m.v. de Smith-kaart. We veronderstellen de afstand d tussen de stubs gelijk aan $\lambda/8$. We vertrekken van de admittanciecirkel met reëel deel g gelijk aan 1. We roteren deze volledige cirkel over 90° in tegenuurwijzerzin op de Smith-kaart. De waarde van 90° is bepaald door de afstand d tussen de stubs: $d = \lambda/8$ stemt overeen met 90° , want 360° is een halve golflengte. We beelden de belastingsadmittantie af in het punt y_R . We zoeken het snijpunt y_1 tussen de cirkel $g_R = \text{cte}$ en de geroteerde cirkel $g=1$. We bereiken dit snijpunt door het parallelschakelen van de eerste parallel-stubadmittantie.

We roteren nu het punt y_1 naar het punt y_2 door een beweging over 90° in uurwijzerzin naar de generator toe, hetgeen overeenstemt met de transformatie door de verlaatsing over een afstand d . Vanuit y_2 bewegen we naar het centrum van de Smith-kaart langs de $g=1$ cirkel door het parallel schakelen van de tweede stubadmittantie. De waarde van de paralleladmittantie jb_1 , respectievelijk jb_2 van de eerste en de tweede paralleladmittantie kan op de Smith-kaart worden bepaald door af te lezen welke waarden telkens moeten toegevoegd worden om het bestemmingspunt te bereiken. De lengte van de stubs wordt bepaald volgens de methode die we hiervoor hebben uitgelegd bij de enkel-stubaanpassing.

Dubbele stubaanpassing(3) 2.15.



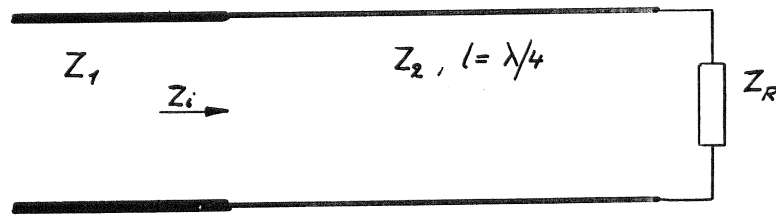
2.15.- Dubbele stubaanpassing (3).

We laten op de Smith-kaart zien hoe je grafisch het gebied van belastingsadmittanties kan bepalen, dat d.m.v. een dubbele parallel-stubaanpassing met vaste tussenafstand d , niet kan aangepast worden.

Als voorbeeld kiezen we de tussenafstand $d = \lambda/8$. Uit de theorie (ref [COLLIN]) blijkt dat voor deze tussenafstand g_L -waarden groter dan 2 niet kunnen aangepast worden. We gaan na of we dit resultaat via de Smith-kaart kunnen terugvinden. We beschouwen eerst de cirkel $g=1$ geroteerd over 90° in tegenuurwijzerzin. De hoek van 90° hangt samen met $d = \lambda/8$, dus het resultaat dat we bekomen hangt ook samen met de gekozen waarde van d . We zoeken de grootste mogelijke cirkel $g=g_0$ (gearceerd op de figuur) die raakt aan de geroteerde $g=1$ cirkel. Belastingsadmittanties met een reëel deel gelegen binnen de gearceerde cirkel kunnen niet aangepast worden. Voor $d = \lambda/8$ blijkt inderdaad $g_0=2$.

$\lambda/4$ -transformator

2.16.



$$Z_i = Z_2 \frac{Z_R + j Z_2 \tan \beta l}{Z_2 + j Z_R \tan \beta l} \quad \beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{Z_2^2}{Z_R} \longrightarrow Z_i = Z_1 \longrightarrow Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_R}$$

$$\left. \begin{array}{l} Z_R = 150 \, \Omega \\ Z_1 = 50 \, \Omega \end{array} \right\} Z_2 = \sqrt{150 \times 50} = 86,6 \, \Omega$$

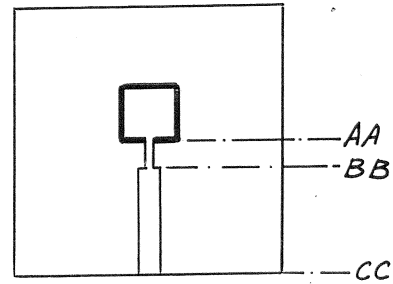
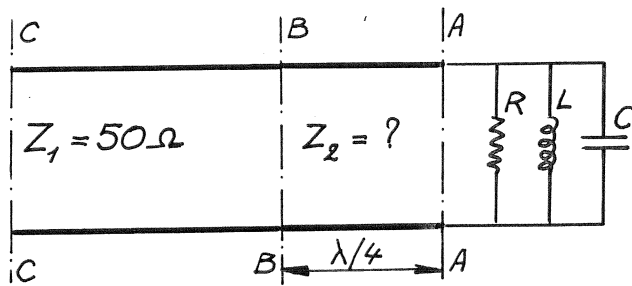
2.16.- Kwartgolflengte-transformator.

Een tweede methode van impedantieaanpassing die vaak wordt toegepast gebruikt een kwartgolflengte-transformator. We veronderstellen terug alle lijnen verliesvrij. Een stukje transmissielijn met een lengte van een kwart golflengte transformeert de belastingsimpedantie op een merkwaardige manier. Door een gepaste keuze van de karakteristieke impedantie van de kwartgolflengte-transformator kunnen we de belastingsimpedantie transformeren naar de karakteristieke impedantie Z_1 van de toevoerlijn. Als de belastingsimpedantie niet zuiver reëel is zal de aanpassing uiteraard niet perfect kunnen gerealiseerd worden.

Uit het voorbeeld blijkt dat een kwartgolflengte transmissielijn met een karakteristieke impedantie van $86,6 \, \Omega$ een belastingsimpedantie van $150 \, \Omega$ transformeert naar de karakteristieke impedantie van $50 \, \Omega$ van de toevoerlijn.

Als de frequentie verschilt van de frequentie waarvoor de kwartgolflengte-transformator ontworpen is dan verschilt de fysische lengte van de transformator van een kwartgolflengte en is de aanpassing niet perfect. Een klassieke vraag bestaat er in na te gaan voor welke frequentieband de aanpassing b.v. beter blijft dan maximum 10% vermogenreflectie.

Toepassing 1: Microstripantenne 2.17.



$$R = 150 \, \Omega \quad L = \frac{1,25}{\pi} \cdot 10^{-9} \, \text{H} \quad C = \frac{10^{-9}}{45 \pi} \, \text{F}$$

$$Y_R = 1/R + j(\omega C - 1/\omega L)$$

$$\omega_R^2 = 1/LC \quad f_r = 3 \, \text{GHz}$$

$$Q = R/\omega L = 20 \rightarrow BB = 1/Q = 5\%$$

$$Z_2 = (R \cdot Z_1)^{1/2} = (150 \times 50)^{1/2} = 86,6 \, \Omega$$

2.17.- Toepassing 1: Impedantieaanpassing van een microstripantenne.

Een microstripantenne is een planaire antenne die meer en meer toepassingen vindt omwille van de gemakkelijke integratie met voedingsnetwerken in roosterconfiguraties (zie les 9 over Antennes).

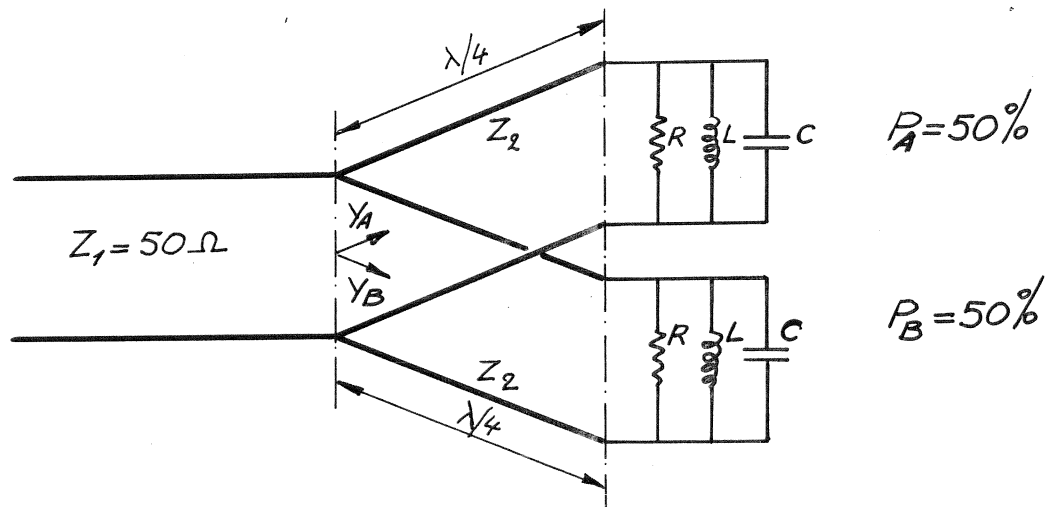
Een eenvoudig equivalent netwerk voor een microstripantenne bestaat uit een parallel-RLC-kring. Als voorbeeld kiezen we een reëel deel $R = 150 \, \Omega$, terwijl L en C zo gekozen zijn dat de resonantiefrequentie gelijk is aan 3 GHz en de kwaliteitsfactor gelijk is aan 20.

De kwart-golflengtetransformator ontwerpen we bij de resonantiefrequentie: de karakteristieke impedantie is gelijk aan 86,6 Ω .

Veronderstel dat de frequentie + of - 2% afwijkt van de resonantiefrequentie, bereken dan de prestaties van de impedantieaanpassing. Vooreerst is er het effect op de belastingsimpedantie zelf die gewijzigd is. Ten tweede is de lengte van de transformator niet precies gelijk aan een kwart golflengte.

Je kan het probleem oplossen met behulp van de Smith-kaart ofwel volledig analytisch.

Toepassing 2: Vermogenverdeling 2.18.



$$\left. \begin{array}{l} P_A = P_B \rightarrow Y_A = Y_B \\ Y_A + Y_B = 1/50 \end{array} \right\} Y_A = Y_B = 1/100$$

$$Z_2 = 122,47 \Omega$$

2.18.- Toepassing 2: Vermogenverdeling tussen 2 microstripantennes.

In een roosterconfiguratie met meerdere microstripantennes is er een verdeling nodig van het vermogen in een gewenste verhouding tussen de verschillende antennes.

We beschouwen hier twee antennes en we wensen een gelijke vermogenverdeling.

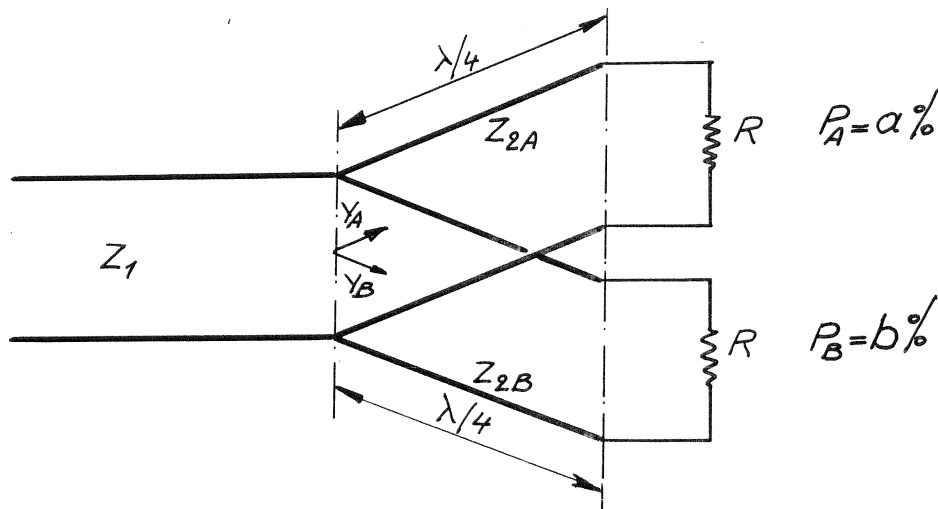
De configuratie in de figuur plaatst de 2 antennes in parallel, met tussenschakeling van een kwart-golflengtetransformator voor de vereiste impedantieaanpassing.

Aan de ingang van de parallelschakeling wensen we een aangepaste belasting te zien van 50Ω , m.a.w. aan de ingang van elke tak verwachten we een ingangsimpedantie van 100Ω .

De karakteristieke impedantie van de kwart-golflengtetransformator die de impedantie van de antenne transformeert naar 100Ω is gelijk aan $122,47 \Omega$.

Het is terug interessant te controleren hoe dit vermogenverdeelnetwerk presteert bij een frequentieafwijking van b.v. + of - 2%.

Vermogenverdeling(2) 2.19.



$$P_A = \alpha = \frac{Y_A}{Y_A + Y_B}$$

$$P_B = b = \frac{Y_B}{Y_A + Y_B}$$

$$Y_A + Y_B = 1/Z_1$$

$$Z_{2A} = \left(\frac{R}{Y_A} \right)^{1/2}$$

$$Z_{2B} = \left(\frac{R}{Y_B} \right)^{1/2}$$

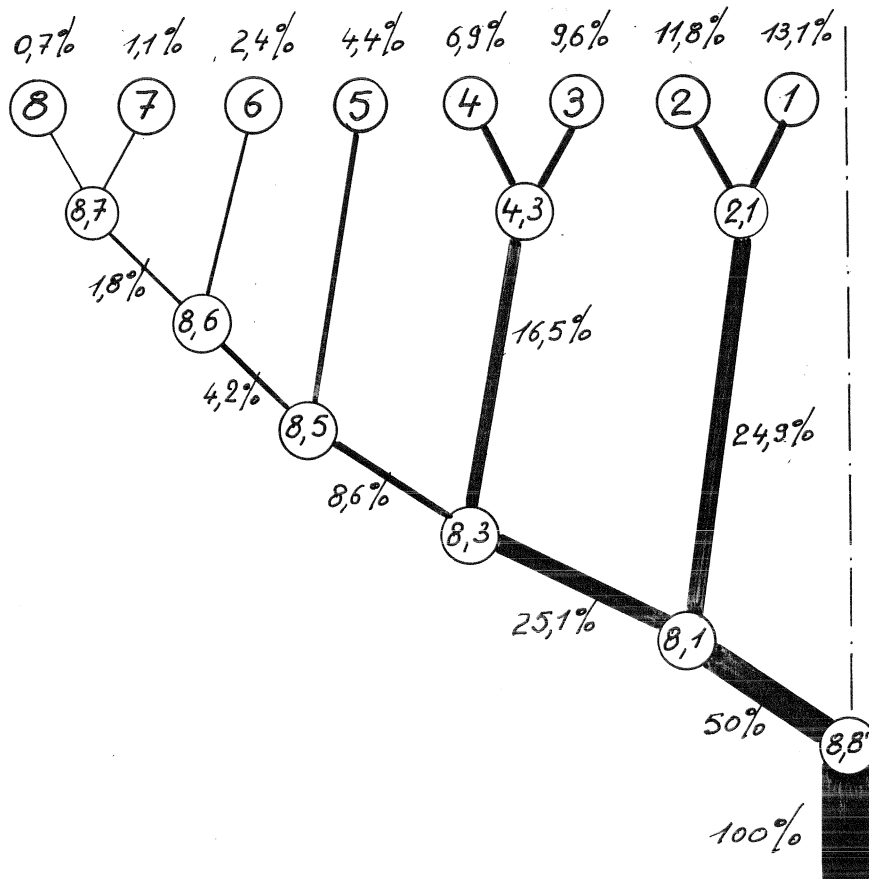
2.19.- Toepassing 2: Vermogenverdeling (algemeen).

Het principe dat we op de vorige transparant hebben getoond voor een gelijke vermogenverdeling tussen 2 antennes, kan veralgemeend worden naar een willekeurige vermogenverhouding en naar een groter aantal antennes.

We bekijken eerst de verdeling volgens een willekeurige vermogenverdeling in een verhouding a/b . Het probleem is te herleiden tot dezelfde vermogenverdeling over 2 weerstanden die parallel geschakeld zijn. Vermits de klemspanning dezelfde is, wordt het vermogen verdeeld in de verhouding van de admittanties van de weerstanden. Dit betekent dat de vermogenverdeling bij het transmissielijnnetwerk evenredig gebeurt volgens de ingangsadmittanties van de 2 transmissielijntakken. Een tweede voorwaarde bekomen we via de overweging van impedantieaanpassing: de globale ingangsadmittantie of m.a.w. de som van de 2 ingangsadmittanties moet gelijk zijn aan de karakteristieke admittantie van de toevoerlijn. De berekende ingangsadmittantie wordt voor elke tak bekomen via de gepaste kwartgolflengtetransformator.

Vermogenverdeling (3)

2.20.



2.20.- Toepassing (2): Vermogenverdeling (algemeen).

De uitbreiding naar een groter aantal antennes wordt bekomen door het basisprincipe meerdere keren na elkaar toe te passen in een boomstructuur. De figuur toont het vermogenverdeelnetwerk (één helft) van een antenne voor een secundaire luchtverkeersradar. Bij primaire luchtverkeersradar worden elektromagnetische pulsen uitgestuurd naar het vliegtuig en op basis van de passieve reflectie worden afstand en azimuthale hoekpositie bepaald. Bij secundaire luchtverkeersradar wordt een gecodeerde pulstrein uitgestuurd en op basis van een gecodeerd antwoord door het vliegtuig worden identificatie en hoogte doorgegeven. De combinatie van de twee laat toe het luchtverkeer te controleren. (Zie ook toepassing 3 bij les 9 over Antennes).

Het vermogenverdeelnetwerk heeft 1 ingang en 16 uitgangen (1 helft met 8 uitgangen is getekend). Het uitgangsvermogen is in het midden het sterkst met 13,1% en neemt geleidelijk af naar de randen met 0,7%. Het verloop is nauwkeurig berekend in het ontwerp opdat een stralingspatroon zou bekomen worden met een zo nauw mogelijke hoofdlob en een constant zijlobniveau (zie les 9 in het gedeelte over roosterantennes).

Les 3.- Vlakke golven in onbegrensde media

3.1.

- *uniforme vlakke golven in verliesmedia*
- *diëlectrica met verliezen*
- *niet-perfecte geleiders*
- *Poynting-theorema*
- *compositie van u.v.-golven*

Les 3.- Elektromagnetische golven in onbegrensde media

3.1.- Elektromagnetische golven in onbegrensde media.

We bestuderen uniforme, vlakke golven in media met verliezen als de eenvoudigste golfoplossingen van de vergelijkingen van Maxwell. We concentreren ons op een behandeling in het frequentiedomein en op een beschrijving in cartesische coördinaten. Overgang naar het tijdsdomein wordt uitgevoerd waar het voor de interpretatie nuttig is. We verwachten dat je de overgang tussen uitdrukkingen van vlakke golven in het tijdsdomein naar het frequentiedomein en omgekeerd vlot kan uitvoeren.

We zullen bij stralingsproblemen (zie les 8) sferische golven ontmoeten; onze studie van vlakke golven zorgt voor voldoende inzicht om sferische golven te begrijpen.

Bij de schuine inval van uniforme, vlakke golven op het scheidingsvlak tussen 2 verschillende media (zie les 5), ontstaan niet-uniforme vlakke golven; we zullen daar de uitbreiding van uniforme naar niet-uniforme, vlakke golven bespreken.

Frequentiedomein

3.2.

scalaire grootheden

afhankelijk van 3 plaatscoördinaten

sinusoïdaal tijdsafhankelijk

v.b. volumeladingsdichtheid

$$\begin{aligned}\tilde{p}(x, y, z, t) &= p_0(x, y, z) \cdot \cos(\omega t + \phi(x, y, z)) \\ &= \operatorname{Re}[p_0(x, y, z) \cdot e^{j\phi(x, y, z)} e^{j\omega t}] \\ &= \operatorname{Re}[p(x, y, z) \cdot e^{j\omega t}]\end{aligned}$$

$p(x, y, z)$ = complexe ladingsdichtheid

3.2.- Complexe notatie in het frequentiedomein: scalaire grootheden.

We hebben in lessen 1 en 2 spanningen en stroomsterktes gebruikt die afhankelijk zijn van 1 plaatscoördinaat (in de lengterichting van de transmissielijn) en van de tijd. Bij sinusoïdale tijdsafhankelijkheid gebruiken we de complexe notatie in het frequentiedomein.

Een eerste uitbreiding die we hier nodig hebben betreft scalaire grootheden die afhankelijk zijn van 3 plaatscoördinaten zoals b.v. een volumeladingsdichtheid.

We schrijven die eerst op in het tijdsdomein en veronderstellen sinusoïdale tijdsafhankelijkheid. Daarna gaan we over op de complexe notatie in het frequentiedomein.

Om over te gaan van de complexe grootheid in het frequentiedomein naar de werkelijke grootheid in het tijdsdomein, geldt steeds dezelfde werkwijze:

“vermenigvuldigen met $\exp(j\omega t)$ en het reële deel nemen van het product”.

Frequentiedomein (2)

3.3.

vectoriële grootheden

afhankelijk van (x, y, z)

sinusoidaal tijdsafhankelijk

v.b. elektrisch veld

$$\begin{aligned}\vec{E}(x, y, z, t) &= \vec{i}_x \cdot E_x(x, y, z) \cdot \cos(\omega t + \phi_x(x, y, z)) + \vec{i}_y \dots + \vec{i}_z \\ &= \text{Re} [(\vec{i}_x \cdot E_x(x, y, z) + \vec{i}_y \cdot E_y(x, y, z) + \vec{i}_z \cdot E_z(x, y, z)) e^{j\omega t}] \\ &= \text{Re} [\vec{E}(x, y, z) \cdot e^{j\omega t}]\end{aligned}$$

$\vec{E}(x, y, z) = \text{complexe vector}$

3.3.- Complexe notatie in het frequentiedomein: vectoriële grootheden.

Een tweede uitbreiding die we vanaf hier nodig hebben betreft vectoriële grootheden.

We schrijven als voorbeeld een elektrische veldvector in het tijdsdomein met sinusoidale tijdsafhankelijkheid.

We herschrijven deze veldvector als het reële deel van een complexe uitdrukking en destilleren hieruit de complexe elektrische veldvector. Elke component van deze complexe vector is een complexe scalaire grootheid afhankelijk van de drie plaatscoördinaten.

Concept uniforme, vlakke golf

3.4.

elektromagnetische golf:

uniform, vlak

sinusoïdaal tijdsafhankelijk

voortplanting over een afstand
in hetzelfde medium

medium:

onbegrensd, lineair, tijdsinvariant,

homogeen, isotroop

frequentie-afhankelijk !?!

temperatuursafhankelijk
(blijft buiten beschouwing!)

3.4.- Het concept uniforme, vlakke golf.

We bekijken het concept van de uniforme, vlakke golf als de eenvoudigste golfoplossing van de vergelijkingen van Maxwell, dat we in de werkelijkheid niet kunnen realiseren maar dat in stralingsproblemen lokaal goed benaderd wordt.

De tijdsafhankelijkheid veronderstellen we sinusoïdaal: een behandeling in het frequentiedomein laat toe op een eenvoudige manier ook verliezen in het medium mee in rekening te brengen.

We beschouwen een onbegrensd medium zodat we ons niet moeten bekommeren om wat er gebeurt bij de overgang tussen verschillende media.

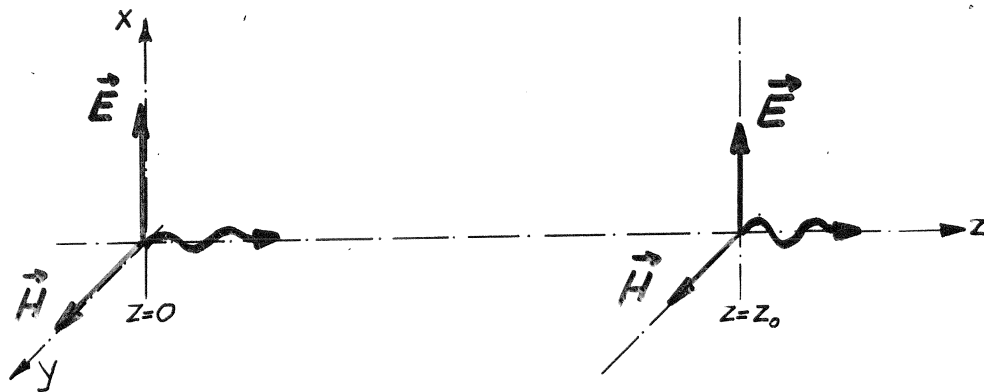
We zoeken mogelijke oplossingen van de vergelijkingen van Maxwell, maar we leggen niet het verband met de bronnen die deze golven opwekken. Het verband met de bronnen komt aan bod als we elektromagnetische straling bestuderen in les 8.

Aan het medium leggen we heel wat beperkingen op derwijze dat de elektromagnetische eigenschappen van het medium te beschrijven zijn door 3 scalaire grootheden: de permeabiliteit μ , de permittiviteit ϵ en de geleidbaarheid σ . Deze grootheden zijn voor werkelijke media afhankelijk van o.a. de frequentie en de temperatuur. Wij veronderstellen ze aanvankelijk constant, op het einde van deze les bespreken we de frequentieafhankelijkheid.

We schrijven de permittiviteit als het product van een relatieve permittiviteit ϵ_r met de absolute permittiviteit $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m en de permeabiliteit μ als het product van een relatieve permeabiliteit μ_r met de absolute permeabiliteit $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Concept uniforme, vlakke golf (2)

3.5.



medium μ, ϵ, σ

frequentie $f \rightarrow \omega = 2\pi f$

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

3.5.- Het concept uniforme, vlakke golf (2).

We zoeken een golfoplossing van de vergelijkingen van Maxwell in een cartesisch coördinatenstelsel waarbij we de eisen vlak en uniform opleggen en waarbij we de richting van propagatie (die uiteraard willekeurig is) laten samenvallen met de positieve z-as en de richting van het elektrisch veld laten samenvallen met de x-richting. De figuur suggereert reeds voor een deel het resultaat dat we vinden door het magnetisch veld te oriënteren volgens de y-as.

Golfvergelijking

3.6.

geen bronnen : $\vec{J}_s = 0$; $\rho_s = 0$

$$\text{bereken } \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \\ = -j\omega \vec{B}$$

$$= \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$

$$\text{gebruik } \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \vec{E} = 0$$

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = \alpha + j\beta$$

$$\sigma = 0 \rightarrow \gamma = j\beta = j\omega(\mu\epsilon)^{1/2}$$

3.6.- Golfvergelijking.

Zoals reeds vermeld, zoeken we niet het verband tussen de bronnen, (stroomdichtheid, volumeladingsdichtheid) en de elektromagnetische velden: bijgevolg worden de brontermen in de vergelijkingen van Maxwell nul gesteld.

We werken in het frequentiedomein: let op de gebruikte notaties voor elektrische en magnetische veldvectoren. De pulsatie $\omega = 2\pi f$, met f de frequentie.

De golfvergelijking voor het elektrisch veld wordt gevonden door de rotor te nemen van de rotorvergelijking van het elektrisch veld en er de rotorvergelijking van het magnetisch veld in te substitueren.

De grootte γ zullen we de propagatieconstante noemen die via het reële deel α aangeeft hoe de amplitude van de veldsterkte evolueert met de plaats z en via het imaginaire deel β de verandering van de fase met de plaats z bepaalt.

Uniforme, vlakke golf

3.7.

vlakke golf : cartesische coördinaten

propagatie : z-richting

uniform : velden onafhankelijk x,y

elektrisch veld volgens x

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} - \gamma^2 E_x = 0$$

$$\begin{aligned} E_x(z) &= C_1 e^{-\gamma z} + C_2 e^{+\gamma z} \\ &= \underbrace{C_1 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}}_{E_x^+(z)} + \underbrace{C_2 e^{+\alpha z} e^{+j\beta z}}_{E_x^-(z)} \end{aligned}$$

$$E_x(z,t) = C_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) + C_2 e^{+\alpha z} \cos(\omega t + \beta z)$$

3.7.- Uniforme, vlakke golf.

Een vlakke golf betekent dat de vlakken van constante fase platte vlakken zijn. Bij een sferische golf (zie les 8) zijn de vlakken van constante fase boloppervlakken.

Uniform betekent dat de amplitude constant is in vlakken (x,y) loodrecht op de propagatierichting z. Bij niet uniforme vlakke golven (zie les 5) neemt de amplitude exponentieel af in vlakken (x,y) loodrecht op de propagatierichting z.

We zoeken een oplossing van de golfvergelijking waarin we enkel de x-componente van het elektrisch veld weerhouden hebben en een afhankelijkheid van z toegelaten hebben. De algemene oplossing binnen deze beperkingen is een uniforme, vlakke golf die zich voortplant langs de z-richting (positief of negatief) en waarvan de amplitude exponentieel afneemt met de verzwakkingconstante α in de richting van de golfpropagatie.

De amplitudes C_1 en C_2 zijn in het algemeen scalaire complexe grootheden en zijn bepaald door de vermogendichtheid van de golf.

De overgang naar het tijdsdomein is hier uitgevoerd in de veronderstelling dat de amplitudes C_1 en C_2 reëel zijn. Als C_1 en C_2 complex zijn, schrijven we eerst deze grootheden expliciet als het product van een absolute waarde en een fase; daarna maken we de overgang naar het tijdsdomein.

Propagatieconstante

3.8.

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

α = verzwakkingsconstante

$$= \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right]^{1/2} \text{ Np/m}$$

β = faseconstante

$$= \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right]^{1/2} \text{ rad/m}$$

3.8.- Propagatieconstante.

De verzwakkingsconstante α wordt uitgedrukt in Neper per m; Np is een dimensieloze eenheid.

De verhouding $\sigma/\omega\epsilon$ bepaalt het gedrag van de elektromagnetische golf zowel in amplitude als in fase. Is deze verhouding nul dan is er geen verzwakking en geen dispersie. Het eerste is zonder meer duidelijk. Het tweede volgt uit de faseconstante β die in dit geval lineair evenredig is met de frequentie, of m.a.w. alle frequenties hebben dezelfde fasesnelheid ($v_f = \omega/\beta$).

De faseconstante β wordt uitgedrukt in radialen per m en is ook gelijk aan $2\pi/\lambda$, met λ de golflengte in m.

Intrinsieke impedantie

3.9

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon\vec{E} = j\omega \underbrace{\left(\epsilon - j\frac{\sigma}{\omega}\right)}_{\epsilon_{eff}} \vec{E}$$

$$\eta_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_{eff}}} = |\eta_c| e^{j\phi_\eta}$$

$$|\eta_c| = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{\left[1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2\right]^{1/4}}$$

$$\phi_\eta = \frac{1}{2} \lg \operatorname{tg} \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$$

3.9.-Intrinsieke impedantie.

We definiëren de intrinsieke impedantie als een karakteristieke grootheid van het medium in termen van de permeabiliteit en de effectieve permittiviteit. Voor een medium met een elektrische geleidbaarheid die van nul verschilt definiëren we de effectieve permittiviteit.

Als er geen verliezen zijn, is de intrinsieke impedantie zuiver reëel en bepaald door de verhouding van permeabiliteit en permittiviteit.

Er is een analogie te ontwikkelen tussen de intrinsieke impedantie van een medium en de karakteristieke impedantie van een transmissielijn. We zullen vaak de propagatie doorheen media bestuderen door een transmissielijnanalogie waarin we de karakteristieke impedantie van de vervangende transmissielijn zullen gelijk kiezen aan de intrinsieke impedantie van het medium.

Magnetisch veld

3.10.

$$\vec{H} = \mu^{-1} \vec{B}$$

$$\vec{B} = (-j\omega)^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{E}$$

$$\vec{E}_x^+(z) = C_1 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$

$$\vec{H}^+ = \vec{i}_y H_y^+(z) = \vec{i}_y \frac{1}{\eta_c} C_1 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_y^+(z, t) &= \text{Re} [H_y^+(z) \cdot e^{j\omega t}] \\ &= \frac{C_1}{|\eta_c|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \phi_\eta) \end{aligned}$$

3.10.- Magnetisch veld.

We berekenen het magnetisch veld in termen van het elektrisch veld via de rotorvergelijking van het elektrisch veld. De twee veldvectoren staan onderling loodrecht. Samen vormen ze een vlak dat loodrecht staat op de propagatierichting. De verhouding van de amplitude van het elektrisch veld tot het magnetisch veld is gelijk aan de intrinsieke impedantie van het medium.

We hebben terug de overgang naar het tijdsdomein uitgevoerd in de veronderstelling dat de amplitude C_1 reëel is.

Interpretatie

3.11.

$$E_x^+(z,t) \longleftrightarrow H_y^+(z,t)$$

$$\text{faseverschil} : \phi_\eta \longleftarrow \frac{\vartheta}{\omega\epsilon}$$

$$\alpha, \beta, \eta_c$$

$$\text{bepaald door } \frac{\vartheta}{\omega\epsilon}$$

$\vartheta \ll \omega\epsilon$ dielectricum met verliezen

$\vartheta \gg \omega\epsilon$ goede geleider

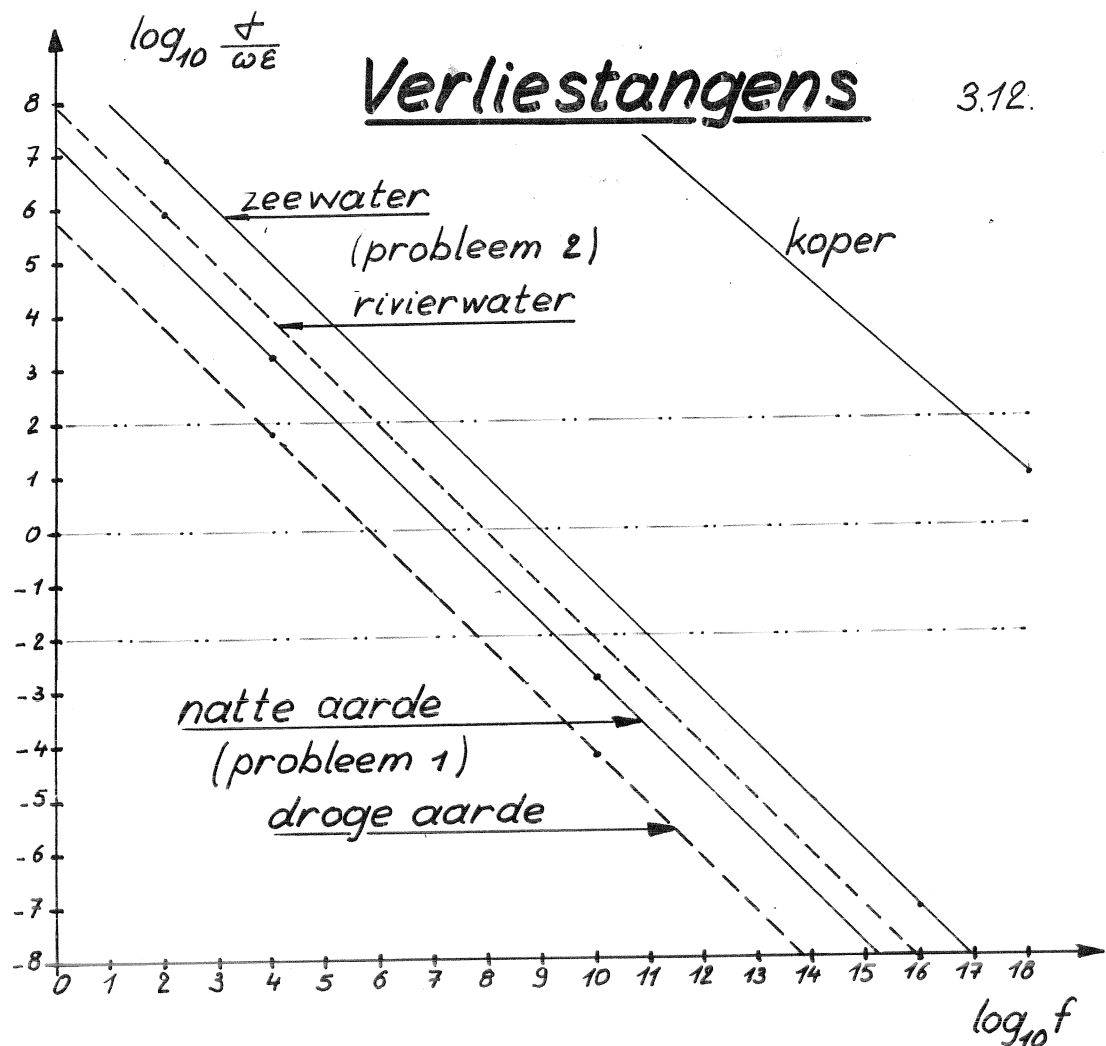
$$\text{verliestangens} = \operatorname{tg} \delta_c = \frac{\vartheta}{\omega\epsilon}$$

3.11.- Interpretatie.

Als het medium geen verliezen heeft zijn het elektrisch veld en het magnetisch veld onderling in fase. Zijn er verliezen dan treedt er een faseverschuiving op die bepaald is door de fase van de intrinsieke impedantie. Zoals reeds aangehaald is het de verliestangens van het medium die het gedrag van de elektromagnetische golf bepaalt.

Is de verliestangens gering, dan spreken we over een diëlectricum met geringe verliezen.

Is de verliestangens groot, dan spreken we over een goede geleider.



3.12.- Verliestangens in functie van de frequentie.

In de figuur is het verloop getekend van de verliestangens in functie van de frequentie, beiden op een logaritmische schaal. We veronderstellen dat de mediumparameters σ en ϵ constant blijven over het ganse frequentiegebied, een veronderstelling die in werkelijkheid zelden voldaan is.

In de zone waar de verliestangens kleiner of gelijk is aan 0,01 spreken we over een diëlectricum met geringe verliezen.

In de zone waar de verliestangens groter is dan 100 spreken we over een goede geleider.

De keuze van deze grenzen is vrij arbitrair en de tussenzone kan gerust iets smaller worden gekozen.

Als we het frequentiegebied maar groot genoeg kiezen evolueert uiteindelijk elk medium van een goede geleider naar een diëlectricum met geringe verliezen, uiteraard steeds in de veronderstelling dat σ en ϵ niet veranderen. Het is niettemin een belangrijke vaststelling, waaruit we onmiddellijk afleiden dat ook materialen met een geringe elektrische geleidbaarheid zich als goede geleiders gedragen in termen van de elektromagnetische golfpropagatie als de frequentie maar laag genoeg is. Dit verklaart ook waarom de golfpropagatie in draadloze communicatiesystemen zich totaal verschillend kan gedragen o.i. van de aanwezigheid van de aarde naargelang de frequentie.

Diëlectrica (1)

3.13.

goede isolator : ∇ zeer klein
permittiviteit complex

$$\epsilon_c = \epsilon' - j\epsilon''$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \nabla \vec{E} + j\omega\epsilon' \vec{E} + \omega\epsilon_p'' \vec{E}$$

$$= j\omega\epsilon' \vec{E} + \underbrace{\omega\epsilon_p'' \vec{E}}_{\nabla_{eff}} = j\omega\epsilon_c \vec{E}$$

$$\nabla_{eff} = \nabla + \omega\epsilon_p'' \rightarrow \epsilon'' = \frac{\nabla_{eff}}{\omega} = \frac{\nabla}{\omega} + \epsilon_p''$$

$$\tan \delta_c = \frac{\nabla_{eff}}{\omega\epsilon'} = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$$

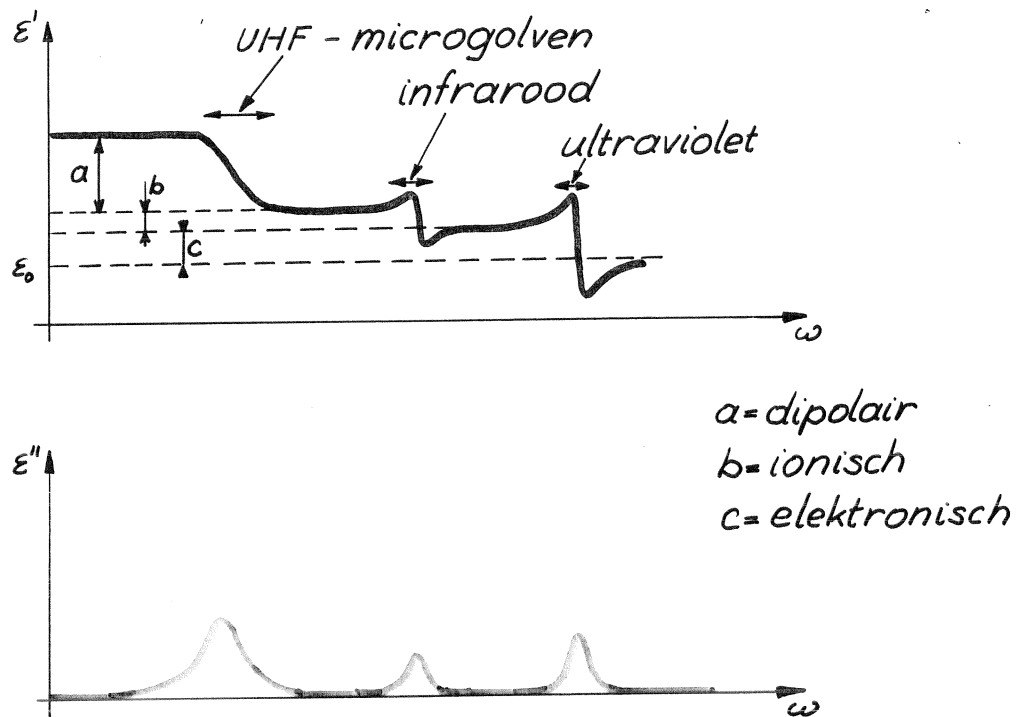
zie tabel 2.3 blz. 48 : ϵ_p'' bij $f = 2,45 \text{ GHz}$
(microgolfovens!)

3.13.- Diëlectrica (1).

Bij een goede isolator is de elektrische geleidbaarheid zeer klein, niettemin kan in bepaalde frequentiegebieden sterke vermogendissipatie onder de vorm van warmte optreden. Denk b.v. aan het koken van water in een microgolfoven. Dit fenomeen wordt niet verklaard door elektrische geleidingsstromen in het water: daarvoor is de elektrische geleidbaarheid te klein. Het is de inwerking van het wisselend elektrisch veld op de gebonden ladingen die wordt tegengewerkt door de massa van deze atomen en door de inwendige moleculaire krachten en tot gevolg heeft dat de polarisatiedichtheidsvector niet meer in fase met het aangelegde elektrisch veld varieert. Dit leidt tot een imaginair deel in de permittiviteit van het medium, nl. $-j\epsilon_p''$. Daarom definiëren we een complexe permittiviteit waarbij we in het imaginaire deel ook de elektrische geleidbaarheid meteen opnemen omdat beide fenomenen trouwens moeilijk in de werkelijkheid van elkaar kunnen gescheiden worden: $\epsilon_c = \epsilon' - j\epsilon_p'' - j\sigma/\omega = \epsilon' - j\epsilon''$. Soms wordt ook gewerkt met een effectieve geleidbaarheid waarbij de dissipatie door de polarisatie wordt opgenomen als een bijkomende term bij de geleidbaarheid. Het zijn twee gelijkwaardige manieren om hetzelfde voor te stellen.

Diëlectrica (2)

3.14.



3.14.- Dielectrica (2).

Zowel ϵ' als ϵ'' verlopen op een ingewikkelde manier met de frequentie. Er treden resonanties op die gepaard gaan met pieken (en bijhorende verhoogde dissipatie) in de curve van ϵ'' en met gevoelige verminderingen naar een nieuwe lagere waarde van ϵ' .

De globale polariseerbaarheid van een materiaal is bepaald door drie polarisatiefenomenen: elektronische, ionische en oriëntatie- of dipolaire polarisatie. Bij elektronische polarisatie is er verplaatsing van de elektronenwolk t.o.v. de kern o.i. van het elektrisch veld; bij ionische polarisatie is er verplaatsing van een ion t.o.v. andere ionen. Bij dipolaire of oriëntatiepolarisatie gaat het over polaire moleculen zoals water b.v. die een permanent dipoolmoment hebben. Zonder extern elektrisch veld zijn de individuele dipoolmomenten willekeurig georiënteerd. Met een extern elektrisch veld vertonen deze materialen de elektronische en de ionische polarisatie maar daarenboven oriënteren de dipoolmomenten zich volgens het externe elektrische veld. Vermits de massa die in beweging gebracht wordt het grootst is bij dipolaire polarisatie is de resonantiefrequentie van dit fenomeen het laagst. Bij elektronische is de massa het kleinst, vandaar de hoogste resonantiefrequentie.

De brede dipolaire resonantiepiek ligt in het UHF-microgolffrequentiegebied en is b.v. het basisfenomeen van microgolfverwarming (cfr. huishoudelijke en industriële microgolfovens).

Geleiders

3.15.

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$= [j\omega\mu\tau (1 + j\frac{\omega\epsilon}{\tau})]^{1/2} \approx \sqrt{j\omega\mu\tau} = \sqrt{\omega\mu\tau} e^{j45^\circ}$$

$\frac{\tau}{\omega\epsilon} \gg 1$

$$\alpha = \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\tau}{2}}$$

$$\text{fasesnelheid } v_p = \frac{\omega}{\beta} = \left(\frac{2\omega}{\mu\tau}\right)^{1/2}$$

$$\text{indringdiepte } \delta = \frac{1}{\alpha} \approx \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\tau}} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \tau}}$$

$$\text{intrinsieke impedantie } \eta_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{(1 - j\frac{\tau}{\omega\epsilon})^{1/2}}$$
$$\approx \sqrt{\frac{\mu\omega}{\tau}} e^{j45^\circ}$$

3.15.- Geleiders.

In het geval van zeer goede geleiders vertonen α en β het typische $f^{1/2}$ gedrag. De intrinsieke impedantie van het medium is een complexe grootte met een gelijk reëel en imaginair deel.

De fasesnelheid is afhankelijk van de frequentie ($f^{1/2}$): er is dispersie veroorzaakt door de dissipatie in het medium. Dit is te vergelijken met de dispersie bij transmissielijnen veroorzaakt door de verliezen (R en G).

We definiëren de indringdiepte δ als de diepte waarop de veldsterkte is afgenomen tot een waarde $1/e$ t.o.v. de waarde in een referentiepunt $z=0$. De veldsterkte verloopt volgens $\exp(-\alpha z)$, bijgevolg is de indringdiepte $\delta=1/\alpha$.

Poynting theorema (1) 3.16.

$$\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{s} = - \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}^* dv - j\omega \int_V (\mu \vec{H} \cdot \vec{H}^* - \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^*) dv$$

reëel deel $\text{Re} \left[\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{s} \right] = - 2 \int_V P_c dv$

$$P_c = \frac{\vec{E} \cdot \vec{E}^*}{2}$$

tijdsgemiddeld vermogen via het elektromagnetisch veld (positief = naar buiten; negatief = naar binnen) =

*tijdsgemiddeld vermogen gedissipeerd
(P_c = positief) of opgewekt door antennestroom
(P_c = negatief)*

3.16.- Poynting theorema.

Dit theorema is een elektromagnetische vermogenbalans, die hier in complexe notatie geformuleerd wordt in het frequentiedomein en die uiteenvalt in een reëel deel en een imaginair deel.

Het theorema is hier geformuleerd in integraalvorm voor een gesloten volume V , omgeven door een gesloten oppervlak S . Het reële deel betekent dat het tijdsgemiddeld vermogen dat netto het volume binnenkomt (of verlaat) via het elektromagnetisch veld gelijk is aan het tijdsgemiddeld vermogen dat in het volume gedissipeerd wordt (of opgewekt wordt door een bronstroom, b.v. bij een antenne). Vermogen dat via het elektromagnetisch veld netto het volume binnenkomt wordt negatief gerekend; het vermogen dat in het volume gedissipeerd wordt is positief; vandaar het minteken dat voor de term van het gedissipeerde vermogen geplaatst wordt. Vermogen dat via het elektromagnetisch veld netto het volume verlaat wordt positief gerekend; het vermogen dat in het volume wordt opgewekt, b.v. door een stralingsbron, is negatief en met het minteken voor deze term stemmen de tekens terug overeen.

Het imaginair deel vertegenwoordigt het reactief vermogen dat heen en terug gaat en dat bepaald is door het verschil tussen de gestockeerde magnetische en elektrische energie in het volume V .

Poynting theorema (2)

3.17.

imaginair deel $\text{Im} \left[\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{s} \right] = -4\omega \int_V (\bar{W}_m - \bar{W}_e) dv$

$\bar{W}_e = \frac{1}{4} \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^* =$ tijdsgemiddelde van de elektrische energiedichtheid $W_e = \frac{\epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}}{2}$

$\bar{W}_m = \frac{1}{4} \mu \vec{H} \cdot \vec{H}^* =$ tijdsgemiddelde van de magnetische energiedichtheid

$$W_m = \frac{\mu \vec{H} \cdot \vec{H}}{2}$$

Poynting-vector $\vec{S} = \left(\frac{1}{2} \right) \vec{E} \times \vec{H}^*$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

tijdsgemiddelde van $\vec{S} = \text{Re}[\vec{S}]$

3.17.- Poynting – theorema (2).

We definiëren de Poynting-vector in het tijdsdomein als het vectorieel product van de elektrische en de magnetische veldvector. De Poynting-vector is georiënteerd in de richting van de vermogenpropagatie en de grootte van de vector geeft op elk ogenblik de vermogendichtheid (in W/m²) die door de golf wordt meegedragen. Deze grootheid is de analogie van het ogenblikkelijk vermogen in netwerktheorie.

We definiëren de complexe Poynting-vector in het frequentiedomein; deze definitie is het analogum van het complexe vermogen in netwerktheorie. Het reële deel van de Poyntingvector in het frequentiedomein is gelijk aan de tijdsgemiddelde waarde van de vermogendichtheid in het tijdsdomein. Dit is analoog aan het reële deel van het complexe vermogen in netwerktheorie en is gelijk aan de tijdsgemiddelde waarde van het ogenblikkelijke vermogen in het tijdsdomein.

De complexe Poynting-vector wordt zeer veel gebruikt, o.a. bij het berekenen van het vermogen ontvangen door een antenne (zie les 8 over elektromagnetische straling).

Compositie van u.v. golven

3.18.

$$E_x(z) = C_{1x} e^{-j\beta z} \rightarrow \mathcal{E}_x(z, t) = C_{1x} \cos(\omega t - \beta z)$$

$$E_y(z) = C_{1y} e^{-j\beta z} e^{j\varphi} \rightarrow \mathcal{E}_y(z, t) = C_{1y} \cos(\omega t - \beta z + \varphi)$$

$$\left(\frac{\mathcal{E}_x}{C_{1x}}\right)^2 + \left(\frac{\mathcal{E}_y}{C_{1y}}\right)^2 - 2 \frac{\mathcal{E}_x}{C_{1x}} \frac{\mathcal{E}_y}{C_{1y}} \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$

ellips : x', y' - hoofdassen

$$\left(\frac{\mathcal{E}_{x'}}{A_{x'}}\right)^2 + \left(\frac{\mathcal{E}_{y'}}{A_{y'}}\right)^2 = 1$$

$$A_{x'} = C_{1x} \cos \gamma + C_{1y} \sin \gamma$$

$$A_{y'} = -C_{1x} \sin \gamma + C_{1y} \cos \gamma$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \text{ bg } \text{tg} [\text{tg}(2\alpha) \cos \varphi]$$

$$\text{tg } \alpha = C_{1y} / C_{1x}$$

$$A_{x'}^2 + A_{y'}^2 = C_{1x}^2 + C_{1y}^2$$

3.18.- Compositie van uniforme, vlakke golven.

We onderzoeken de superpositie van 2 uniforme, vlakke golven: de eerste is gepolariseerd met het elektrisch veld volgens de x-as; de tweede is gepolariseerd met het elektrisch veld volgens de y-as, maar met een onderling faseverschil φ .

We onderzoeken het gedrag van de globale elektrische veldvector in een willekeurig punt in de ruimte in functie van de tijd. Als we aannemen dat beide elektrische velden sinusoidaal tijdsafhankelijk zijn, dan kunnen we bewijzen dat de globale veldvector beweegt in een plat vlak en een ellips beschrijft.

In het geval dat de 2 samenstellende veldvectoren dezelfde amplitude hebben en een onderling faseverschil van 90° , herleidt de ellips zich tot een cirkel.

In het geval dat het faseverschil nul is, herleidt de ellips zich tot een rechte lijn.

Deze beweging van de resulterende veldvector wordt de polarisatietoestand genoemd van het globale veld.

We onderscheiden in de praktijk lineaire, circulaire en algemeen elliptische polarisatie als het eindpunt van de elektrische veldvector zich beweegt op een rechte lijn, op een cirkel of algemeen op een ellips.

Toepassing 1: Propagatie in aarde 3.19.

$$\text{droge aarde : } \sigma_d = 10^{-4} \text{ S/m} \\ \epsilon_d = 3 \epsilon_0 \quad \mu_r = 1$$

$$\text{natte aarde : } \sigma_n = 10^{-2} \text{ S/m} \\ \epsilon_n = 10 \epsilon_0 \quad \mu_r = 1$$

propagatie-eigenschappen bij $f = 20 \text{ MHz}$

$\log \alpha = \text{functie van } \log f$

$\log d = \text{functie van } \log f$

3.19.- Toepassing 1: Golfpropagatie in aarde.

In draadloze communicatiesystemen ontmoeten we elektromagnetische golven in aanwezigheid van de aarde. Het is belangrijk een idee te hebben van de golfpropagatie in de aarde zelf. De elektrische geleidbaarheid en de permittiviteit zijn sterk afhankelijk van de vochtigheidsgraad (gehalte water).

We bekijken droge aarde en natte aarde met een factor 100 als verhouding van de geleidbaarheid van de 2 media. We veronderstellen de materiaalparameters onafhankelijk van de frequentie.

We vergelijken het gedrag van droge en van natte aarde bij een frequentie van 20 MHz. In beide gevallen zitten we in de tussenzone.

Droge aarde kan al quasi beschouwd worden als een diëlectricum met geringe verliezen, hetgeen zich uit in een verzwakkingsconstante van 0,011 Np/m.

Het exponentieel verloop van de elektrische veldsterkte in functie van de afstand wordt gekarakteriseerd door de indringdiepte d die we als volgt definiëren: over een afstand d is de amplitude van de veldsterkte tot een waarde $1/e = 0,37$ teruggevallen of op 13,5% voor de vermogendichtheid. Voor droge aarde is deze afstand bij 20 MHz gelijk aan 92 m.

In vergelijking met droge aarde is natte aarde een veel betere geleider, hetgeen tot uiting komt in een 30 maal grotere verliestangens, een 50 maal grotere verzwakkingsconstante en een 50 maal kleinere indringdiepte.

We tekenen de verzwakkingsconstante in functie van de frequentie op een logaritmische schaal. Een analyse leidt tot volgende besluiten: de verzwakkingsconstante van natte aarde is steeds een orde groter dan die van droge aarde in het frequentiegebied waarin beide zich gedragen als een goede geleider; in het frequentiegebied waarin beide zich gedragen als een diëlectricum is het zelfs bijna 2 ordes groter. In het eerste gebied is α bij benadering evenredig met de frequentie tot de macht $1/2$; in het tweede gebied is er bij benadering geen afhankelijkheid van de frequentie. Zowel naar lagere frequenties als naar hogere frequenties evolueert de curve naar een asymptoot: zoek de uitdrukking voor deze 2 asymptoten door reeksontwikkeling van de uitdrukking van α en door het verwaarlozen van de hogere orde termen.

We tekenen het verloop van d in functie van de frequentie op een logaritmische schaal. Vermits natte aarde een betere geleider is dan droge aarde is de indringdiepte een orde tot bijna twee ordes kleiner naargelang het frequentiegebied.

Toepassing 2: Communicatie onder water

3.20.

zeewater : $\sigma_{zw} = 4 \text{ S/m}$

$$\epsilon_{zw} = 81 \epsilon_0 \quad \mu_r = 1$$

rivierwater : $\sigma_{rw} = 0,4 \text{ S/m}$

$$\epsilon_{rw} = 81 \epsilon_0 \quad \mu_r = 1$$

propagatie bij $f = 3 \text{ kHz}$

$\log(\alpha; \beta; \nu_f) = \text{functie van } \log f$

afstand 120 dB verzwakking

3.20.- Toepassing 2: Communicatie onder water.

Communicatie onder water verloopt moeilijk omwille van de elektrische geleidbaarheid van water, die sterk afhankelijk is van het zoutgehalte. We zullen nagaan welke afstand we kunnen overbruggen als we toestaan dat de elektrische veldsterkte 6 ordes en het vermogen dus 12 ordes (120dB) daalt.

We bekijken de golfvoortplanting in zeewater bij een frequentie van 3.000Hz. De indringdiepte bedraagt 4,59m. Als we de frequentie verlagen vermindert de verzwakking en neemt de indringdiepte toe. Voorlopig besluiten we: "hoe lager de frequentie, hoe beter". We zeggen voorlopig, omdat we in les 4 zullen constateren dat de inval van een elektromagnetische golf op zeewater des te sterker gereflecteerd wordt naarmate de frequentie daalt. Dit betekent dat bij draadloze communicatie vanuit de lucht met b.v. een duikboot onder water een optimale frequentie kan gevonden worden (zie les 4).

We kunnen ons afvragen of een dergelijke lage frequentie van 3 kHz wel realistisch is. Bij het bespreken van straling zullen we leren dat een draadantenne bij voorkeur een lengte krijgt van een halve golflengte. Bij 3.000 Hz is dit 50km in de vrije ruimte. In zeewater is deze lengte echter gereduceerd tot 14,43 m wat realiseerbaar is.

De veldsterkte neemt bij deze frequentie af met 6 ordes over een afstand van 63,4m hetgeen duidelijk het probleem van communicatie in zeewater illustreert. De vermogendichtheid neemt af met 120 dB over deze afstand, dus ongeveer 2 dB/m.

Het is interessant het verloop te tekenen van α , β en ν_f in functie van de frequentie. Het verschil in geleidbaarheid van een factor 10 laat zich duidelijk interpreteren in de bekomen curven.

Les 4.- Loodrechte inval op meerlagenstructuur

4.1.

- basisconcept : 3 lagen
- effectieve reflectiecoëfficiënt
transmissiecoëfficiënt
- geringe reflecties
- transmissielijnequivalent

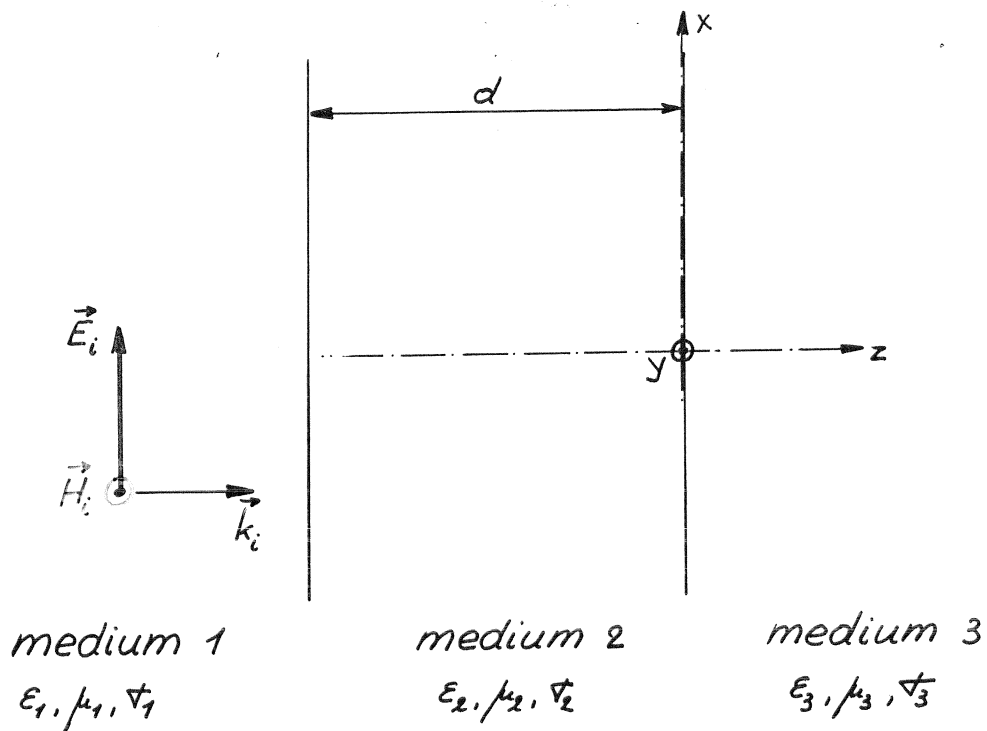
Les 4.- Loodrechte inval op meerlagenstructuur

4.1.- Loodrechte inval op meerlagenstructuur.

We bestuderen de loodrechte inval van een uniforme, vlakke golf op een meerlagenstructuur die bestaat uit planparallelle lagen van verschillende media, met of zonder verliezen. Naast een analyse op basis van elektromagnetische velden is een transmissielijnanalogie een bruikbaar middel om het probleem op te lossen. Bij een transmissielijnanalogie worden de karakteristieke impedantie en de propagatieconstante van de transmissielijnen gelijk gekozen aan de intrinsieke impedantie, respectievelijk de propagatieconstante van de media, en de lengte van de transmissielijnen gelijk aan de dikte van de lagen.

Elektromagnetisch model

4.2.



4.2.- Elektromagnetisch model toegepast voor 3 lagen.

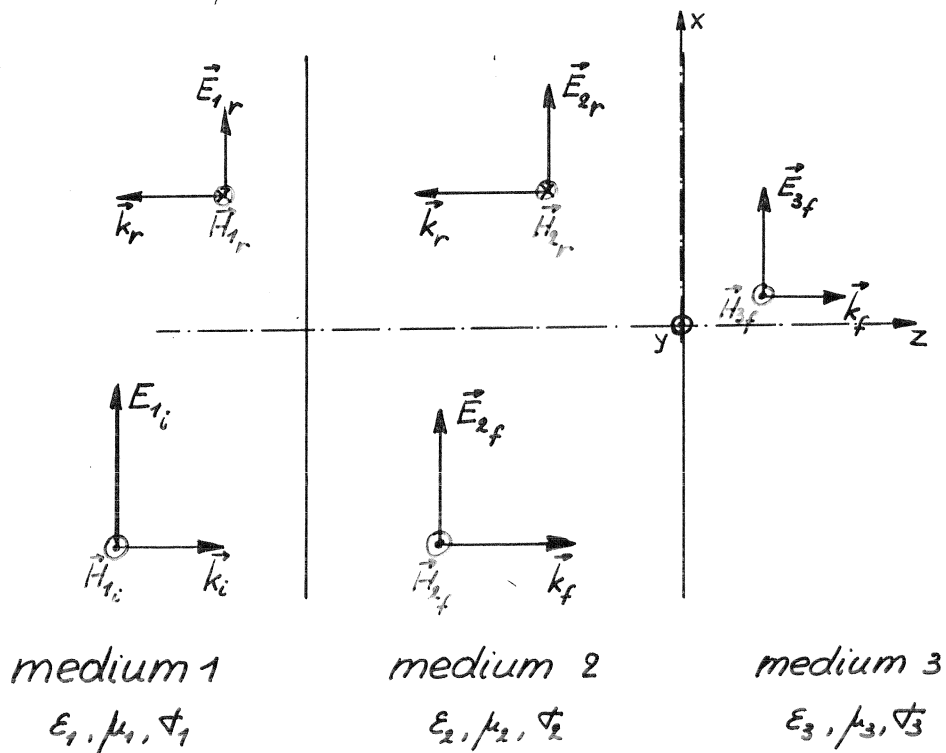
We ontwikkelen een basisconcept om het probleem op te lossen dat we uitwerken voor een 3-lagenstructuur, met willekeurige media. De middelste laag heeft een willekeurige dikte d . Verdere veralgemening is mogelijk. De 3 lagen worden gekarakteriseerd door de permittiviteit ϵ , de permeabiliteit μ en de geleidbaarheid σ .

We veronderstellen dat er vanuit medium 1 een uniforme, vlakke golf loodrecht invalt op het scheidingsvlak tussen medium 1 en 2. We lossen dit probleem op voor een lineair gepolariseerde golf, arbitrair gepolariseerd volgens de x -richting.

Circulaire polarisatie is een uitbreiding die op basis van superpositie geen problemen stelt.

Uniforme, vlakke golven

4.3.



4.3.- Uniforme, vlakke golven: Oplossingsmethodes.

Er zijn 2 mogelijke redeneringen om het probleem op te lossen.

Een eerste methode is in wezen gebaseerd op een tijdsdomeinredenering en analyseert het probleem in termen van plaatselijke reflectie- en transmissiecoëfficiënten door de opeenvolgende reflecties en transmissies te bekijken. Een uniforme, vlakke golf valt in op het eerste scheidingsvlak en wordt er gedeeltelijk gereflecteerd en gedeeltelijk doorgelaten. De doorgelaten golf bereikt het tweede scheidingsvlak en wordt er gedeeltelijk gereflecteerd en gedeeltelijk doorgelaten. De gereflecteerde golf bereikt terug het eerste scheidingsvlak en wordt er opnieuw gedeeltelijk gereflecteerd en gedeeltelijk doorgelaten. Bij elke gedeeltelijke reflectie en transmissie gelden de lokale reflectie- en transmissiecoëfficiënt van de 2 media op dat scheidingsvlak. Door sommatie van alle gedeeltelijke gereflecteerde en doorgelaten golven in elke zone wordt uiteindelijk via het samennemen in een oneindige reeks de globale oplossing gevonden.

Een tweede methode, die we hier toepassen, bekijkt onmiddellijk de eindsituatie en veronderstelt een invallende golf en een globale gereflecteerde golf in medium 1, een globale gereflecteerde en een globale doorgelaten golf in medium 2 en een globale doorgelaten golf in medium 3. Het is de bedoeling voor elk van deze onbekende golven de amplitude te bepalen. Deze methode is in wezen een frequentiedomeinredenering.

Uniforme, vlakke golven

4.4.

medium 1

$$\text{invallende golf: } \vec{E}_{1i} = \vec{i}_x \cdot E_{i0} e^{-\gamma_1(z+d)} \quad z < -d$$

$$\vec{H}_{1i} = \vec{i}_y \cdot \frac{E_{i0}}{\eta_1} e^{-\gamma_1(z+d)}$$

$$\text{gereflecteerde golf: } \vec{E}_{1r} = \vec{i}_x \cdot \Gamma_{\text{eff}} E_{i0} e^{+\gamma_1(z+d)} \quad z < -d$$

$$\vec{H}_{1r} = -\vec{i}_y \cdot \Gamma_{\text{eff}} \frac{E_{i0}}{\eta_1} e^{+\gamma_1(z+d)}$$

Γ_{eff} = effectieve reflectiecoëfficiënt
meerlagenstructuur

$$= \frac{E_{r0}}{E_{i0}}$$

4.4.- Uniforme, vlakke golven: Uitwerking van de oplossingsmethode.

We karakteriseren de invallende golf in medium 1 en kiezen arbitrair een lineair gepolariseerd elektrisch veld volgens de x-richting.

We schrijven in medium 1 eveneens de gereflecteerde golf in termen van de invallende golf door middel van een effectieve (nog onbekende) reflectiecoëfficiënt voor de volledige meerlagenstructuur: dit is dus niet de lokale reflectiecoëfficiënt van enkel laag 1 naar laag 2. We veronderstellen dezelfde polarisatie voor de gereflecteerde golf als voor de invallende golf.

De effectieve reflectiecoëfficiënt is uiteraard een complexe grootheid en geeft de verhouding tussen de amplitude van het elektrisch veld van de gereflecteerde golf t.o.v. de amplitude van het elektrisch veld van de invallende golf. Het is een effectieve reflectiecoëfficiënt die rekening houdt met het effect van alle lagen die volgen vanaf laag 2.

De propagatieconstante en de intrinsieke impedantie die we gebruiken voor de invallende golf en voor de gereflecteerde golf zijn respectievelijk γ_1 en η_1 bepaald door de eigenschappen van medium 1.

U. v. golven (2)

4.5.

medium 2

$$\text{voorwaartse} : \vec{E}_{2f} = \vec{i}_x \cdot E_{20} e^{-\gamma_2 z} \\ \text{golf}$$

$$\vec{H}_{2f} = \vec{i}_y \cdot \frac{E_{20}}{\eta_2} e^{-\gamma_2 z}$$

$$-d < z < 0$$

$$\text{terugkerende} : \vec{E}_{2r} = \vec{i}_x \cdot \Gamma_{23} E_{20} e^{+\gamma_2 z} \\ \text{golf}$$

$$\vec{H}_{2r} = -\vec{i}_y \cdot \Gamma_{23} \frac{E_{20}}{\eta_2} e^{+\gamma_2 z}$$

$$\Gamma_{23} = \text{reflectiecoëfficiënt 'aan overgang} \\ \text{medium } 2 \rightarrow 3$$

$$= \frac{E_{2r}}{E_{20}}$$

4.5.- Uniforme, vlakke golven: Oplossingsmethode (2).

In medium 2 veronderstellen we een voorwaartse golf die propageert in de +z-richting: de amplitude is onbekend, de polarisatie is steeds dezelfde (er is geen reden om een polarisatieverandering te veronderstellen).

In dezelfde laag veronderstellen we eveneens een terugkerende golf in de -z-richting; de amplitude kunnen we schrijven in termen van de amplitude van de voorwaartse golf vermenigvuldigd met de reflectiecoëfficiënt aan de overgang tussen medium 2 en 3. Het betreft hier de lokale reflectiecoëfficiënt omdat er na laag 3 geen andere lagen meer volgen in deze 3-lagenstructuur. Veronderstel dat er wel nog lagen volgen na laag 3 dan dienen we ook hier een effectieve reflectiecoëfficiënt te gebruiken.

De propagatieconstante en de intrinsieke impedantie die we gebruiken voor de voorwaartse golf en voor de terugkerende golf zijn respectievelijk γ_2 en η_2 bepaald door de eigenschappen van medium 2.

U. v. golven (3)

4.6.

medium 3 :

$$\begin{aligned} \text{doorgelaten} &: \vec{E}_{3f} = \vec{i}_x \cdot T_{eff} E_{i0} e^{-\gamma_3 z} \\ \text{golf} & \qquad \qquad \qquad \vec{H}_{3f} = \vec{i}_y \cdot T_{eff} \frac{E_{i0}}{\eta_3} e^{-\gamma_3 z} \end{aligned} \quad z > 0$$

T_{eff} = effectieve transmissiecoëfficiënt
meerlagenstructuur

$$= \frac{E_{3f}}{E_{i0}}$$

4.6.- Uniforme, vlakke golven: Oplossingsmethode (3).

In medium 3 is er uitsluitend een doorgelaten golf die we rechtstreeks uitdrukken in functie van de invallende golf in medium 1: het is de globale golf die doorheen de meerlagenstructuur wordt doorgelaten. We introduceren een effectieve (nog onbekende) transmissiecoëfficiënt voor de globale meerlagenstructuur. Dit is een complexe grootheid bepaald door de verhouding tussen de amplitude van het elektrisch veld van de doorgelaten golf in medium 3 t.o.v. de amplitude van het elektrisch veld van de invallende golf in medium 1.

De propagatieconstante en de intrinsieke impedantie die we gebruiken voor de doorgelaten golf zijn respectievelijk γ_3 en η_3 bepaald door de eigenschappen van medium 3.

Randvoorwaarden $z=-d$

4.7.

tangentieel elektrisch veld continu

$$E_{i0} (1 + \Gamma_{eff}) = E_{20} (e^{+\gamma_2 d} + \Gamma_{23} e^{-\gamma_2 d})$$

tangentieel magnetisch veld continu

$$\frac{E_{i0}}{\eta_1} (1 - \Gamma_{eff}) = \frac{E_{20}}{\eta_2} (e^{+\gamma_2 d} - \Gamma_{23} e^{-\gamma_2 d})$$

4.7.- Randvoorwaarden bij de overgang $z=-d$.

De onbekenden in de verschillende uitdrukkingen worden gevonden door het toepassen van de randvoorwaarden op de 2 scheidingsvlakken. De randvoorwaarden op het scheidingsvlak tussen laag 1 en laag 2 leveren 2 vergelijkingen op. Bij de overgang tussen 2 verschillende media is continuïteit vereist van:

- het totale tangentiële elektrische veld
 - tangentieel betekent de componenten van het elektrisch veld die samenvallen met het scheidingsvlak; het scheidingsvlak ligt volgens het x,y-vlak; het elektrisch veld is gepolariseerd volgens x en is dus volledig tangentieel aan het scheidingsvlak
 - het globale elektrische veld aan de kant van medium 1 betekent het elektrisch veld van de invallende golf samengevoegd met het elektrisch veld van de gereflecteerde golf
 - het globale elektrische veld aan de kant van medium 2 betekent het elektrisch veld van de voorwaartse golf samengevoegd met het elektrisch veld van de gereflecteerde golf
 - continuïteit bij de overgang betekent dat de gelijkheid wordt opgelegd op de plaats $z=-d$
- het totale magnetische veld.

Randvoorwaarden $z=0$

4.8.

tangentieel elektrisch veld continu

$$E_{20} (1 + T_{23}) = T_{eff} E_{i0}$$

tangentieel magnetisch veld continu

$$\frac{E_{20}}{\eta_2} (1 - T_{23}) = T_{eff} \frac{E_{i0}}{\eta_3}$$

4 vergelijkingen

4 onbekenden : E_{20} , T_{eff} , T'_{eff} , T_{23}

4.8.- Randvoorwaarden bij de overgang $z=0$

De randvoorwaarden op het scheidingsvlak tussen laag 2 en laag 3 leveren twee vergelijkingen op:

- continuïteit van het tangentieel elektrisch veld
- continuïteit van het tangentieel magnetisch veld.

We bekomen in het totaal een stelsel van 4 vergelijkingen met 4 onbekenden: de amplitude van de voorwaartse golf in medium 2, de globale reflectie- en de globale transmissiecoëfficiënt, de lokale reflectiecoëfficiënt op de overgang tussen laag 2 en 3.

Oplossing

4.9.

$$\Gamma_{23} = \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2}$$

$$\Gamma_{eff} = \frac{(\eta_2 - \eta_1)(\eta_3 + \eta_2) + (\eta_2 + \eta_1)(\eta_3 - \eta_2)e^{-2\gamma_2 d}}{(\eta_2 + \eta_1)(\eta_3 + \eta_2) + (\eta_2 - \eta_1)(\eta_3 - \eta_2)e^{-2\gamma_2 d}} = \frac{\Gamma_{12} + \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 d}}{1 + \Gamma_{12} \cdot \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 d}}$$

$$T_{eff} = \frac{4 \eta_2 \eta_3 e^{-\gamma_2 d}}{(\eta_2 + \eta_1)(\eta_3 + \eta_2) + (\eta_2 - \eta_1)(\eta_3 - \eta_2)e^{-2\gamma_2 d}}$$

$$E_{20} = \frac{T_{eff} E_{i0}}{1 + \Gamma_{23}}$$

vermogenbalans

medium 2 verliesvrij: $1 - |\Gamma_{eff}|^2 = \frac{\eta_1}{\eta_3} |T_{eff}|^2$

4.9.- Oplossing.

Het stelsel is eenvoudig op te lossen.

De lokale reflectiecoëfficiënt aan de overgang tussen medium 2 en 3 is uitsluitend bepaald door de intrinsieke impedantie van medium 2 en 3: de vorm van deze uitdrukking is analoog aan de reflectiecoëfficiënt ter hoogte van de belasting op een transmissielijn.

De uitdrukkingen voor de effectieve reflectie- en transmissiecoëfficiënt hangen inderdaad af van de eigenschappen van de 3 lagen, hetgeen illustreert dat het effectieve grootheden betreft voor de globale structuur.

Als alle lagen volkomen verliesvrij zijn kunnen we een vermogensdichtheidsbalans opschrijven die uitdrukt dat het gedeelte van de invallende vermogensdichtheid dat niet gereflecteerd wordt, teruggevonden wordt in de doorgelaten golf in medium 3. Let op de verhouding van de intrinsieke impedanties in het tweede lid van deze vermogensdichtheidsbalans: deze verhouding is daar nodig omdat de reflectiecoëfficiënt en de transmissiecoëfficiënt verhoudingen voorstellen van elektrische veldsterktes, terwijl vermogensdichtheden mee bepaald zijn door de magnetische veldsterktes en dus door de intrinsieke impedanties.

Oplossing verliesvrije media 4.10.

η_1, η_2, η_3 : reëel

$$\gamma_2 = j\beta_2$$

$$1 - |T_{eff}|^2 = \frac{\eta_1}{\eta_3} |T_{eff}|^2$$

4.10.- Oplossing verliesvrije media.

Als alle lagen volkomen verliesvrij zijn worden alle intrinsieke impedanties zuiver reëel, worden de propagatieconstanten zuiver imaginair en geldt de vermogensdichtheidsbalans die we daarnet besproken hebben.

Dit geval is gemakkelijk via een transmissielijnanalogie en via de Smith-kaart oplosbaar.

Oplossing 2 media

4.11.

medium 3 = medium 2 ; $d = \infty$

$$T_{23} = 0$$

$$T_{eff} = T_{12} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$T_{eff} = T_{12} = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2}$$

$$E_{20} = T_{12} E_{i0}$$

$$1 - |T_{12}|^2 = \frac{\eta_1}{\eta_2} |T_{12}|^2$$

4.11.- Oplossing 2 media.

In het geval van een tweelagenstructuur stellen we medium 3 identiek gelijk aan medium 2 en nemen we de dikte d gelijk aan oneindig. Op deze manier kunnen we de uitdrukkingen van de drielagenstructuur vereenvoudigen. De fractie van de invallende vermogendichtheid die niet gereflecteerd wordt, verschijnt als doorgelaten vermogendichtheid in het tweede medium als beide media verliesvrij zijn. Terug dezelfde opmerking over de verhouding van de intrinsieke impedanties in het tweede lid van deze vermogensdichtheidbalans.

Medium 3 perfect geleidend 4.12.

$$\gamma_3 = \infty ; \eta_3 = 0$$

$$\Gamma_{23} = -1$$

$$\Gamma_{eff} = \frac{(\eta_2 - \eta_1) - (\eta_2 + \eta_1)e^{-2\gamma_2 d}}{(\eta_2 + \eta_1) - (\eta_2 - \eta_1)e^{-2\gamma_2 d}}$$

$$\Gamma_{eff} = 0$$

$$E_{20} = \frac{E_{i0}(1 + \Gamma_{eff})}{e^{\gamma_2 d} - e^{-\gamma_2 d}}$$

medium 2 verliesvrij $|\Gamma_{eff}| = 1$

4.12.- Medium 3 perfect geleidend.

In dit geval is de geleidbaarheid van laag 3 oneindig en is de intrinsieke impedantie gelijk aan nul. Deze laag veroorzaakt volledige reflectie.

Er is geen doorgelaten golf in medium 3.

In het geval medium 2 verliesvrij is wordt de effectieve reflectiecoëfficiënt in absolute waarde gelijk aan 1: de vermogendichtheid die invalt op het scheidingsvlak van medium 1 met medium 2, wordt volledig gereflecteerd.

Geringe reflecties

4.13.

$$\Gamma_{eff} = \frac{\Gamma_{12} + \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 \cdot d}}{1 + \Gamma_{12} \cdot \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 \cdot d}}$$

$$|\Gamma_{12}|, |\Gamma_{23}| \ll 1$$

$$\Gamma_{eff} = \Gamma_{12} + \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 d}$$

N lagen

$$\Gamma_{eff} = \Gamma_{12} + \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 d_2} + \Gamma_{34} \cdot e^{-2\gamma_2 d_2 - 2\gamma_3 d_3} + \dots \\ + \Gamma_{N-1,N} \cdot e^{-2\gamma_2 d_2 - \dots - 2\gamma_{N-1} d_{N-1}}$$

4.13.- Geringe reflecties.

We keren terug naar de uitdrukking van de globale reflectiecoëfficiënt bekomen voor een drielagenstructuur.

We herschrijven deze uitdrukking in termen van de lokale reflectiecoëfficiënten.

In de noemer vinden we het product van 2 lokale reflectiecoëfficiënten. Als we veronderstellen dat de verschillen in intrinsieke impedantie tussen opeenvolgende lagen beperkt zijn, kunnen we stellen dat de absolute waarde van de lokale reflectiecoëfficiënten klein is t.o.v. 1. Deze veronderstelling laat toe producten van dergelijke kleine reflectiecoëfficiënten te verwaarlozen.

De vereenvoudigde uitdrukking laat zich als volgt lezen:

"bij kleine reflecties is de globale reflectiecoëfficiënt gelijk aan de lokale reflectiecoëfficiënt aan de eerste overgang plus de lokale reflectiecoëfficiënt aan de tweede overgang maar getransformeerd naar de plaats van de eerste overgang".

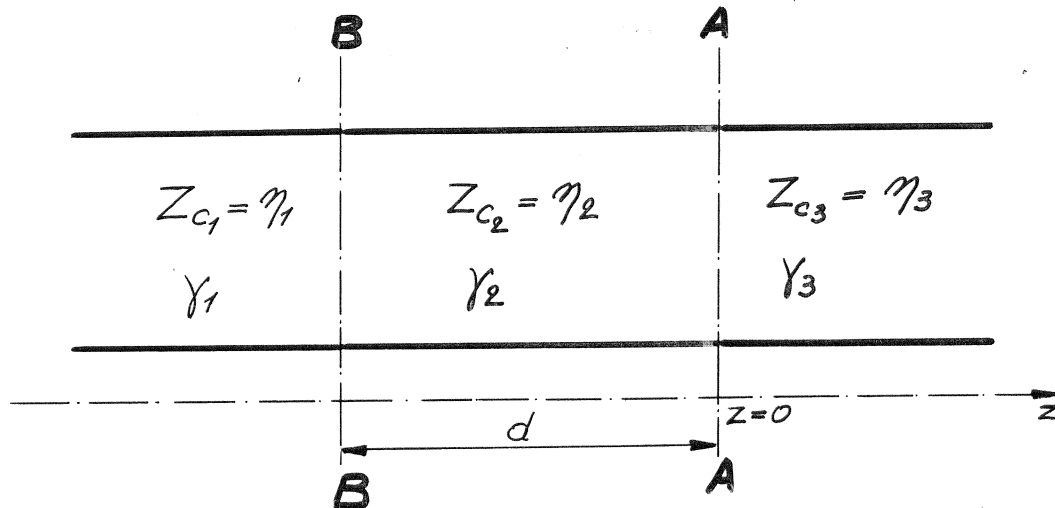
Het resultaat kan uitgebreid worden voor een willekeurige N-lagenstructuur, waarbij de lokale reflectiecoëfficiënten terug klein t.o.v. 1 worden verondersteld.

In dit geval is de globale reflectiecoëfficiënt gelijk aan de lokale reflectiecoëfficiënt aan de eerste overgang, plus de lokale reflectiecoëfficiënt aan de tweede overgang maar getransformeerd naar de plaats van de eerste overgang, plus de lokale reflectiecoëfficiënt aan de derde overgang maar getransformeerd naar de plaats van de eerste overgang, enz."

Deze benadering vindt heel wat toepassingen voor het ontwerpen van o.a. meerlagencoatings, multi-sectie kwart-golflengtetransformatoren, binomiale en Chebyshev impedantietransformatoren.

Transmissielijnequivalent

4.14.



$$\Gamma'_{AA}(\text{links}) = \Gamma'_{23} = \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2}$$

$$\Gamma'_{BB}(\text{rechts}) = \Gamma'_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 d}$$

4.14.- Transmissielijnequivalent.

Een transmissielijnequivalent geeft resultaten over de propagatie in de langsrichting (z), maar zegt uiteraard niets over veldcomponenten en veldverdelingen in het transversale vlak.

We vervangen elke laag door een equivalente transmissielijn, gekenmerkt door een karakteristieke impedantie gelijk aan de intrinsieke impedantie van de desbetreffende laag, een propagatieconstante en een lengte.

We berekenen de reflectiecoëfficiënt aan de overgang AA, meer concreet aan de linkerkant van deze overgang. We transformeren deze reflectiecoëfficiënt over de afstand d via de lijn met propagatieconstante γ_2 .

Transmissielijnequivalent (2)

4.15.

$$\begin{aligned} Z_{BB}(\text{rechts}) &= Z_{c_2} \frac{1 + \Gamma_{BB}(r)}{1 - \Gamma_{BB}(r)} \\ &= Z_{c_2} \frac{1 + \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 d}}{1 - \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 d}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{BB}(\text{links}) &= \frac{Z_{BB}(r) - Z_{c_1}}{Z_{BB}(r) + Z_{c_1}} \\ &= \frac{\Gamma_{21} + \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 d}}{1 + \Gamma_{21} \cdot \Gamma_{23} \cdot e^{-2\gamma_2 d}} \\ &= \Gamma_{eff} \end{aligned}$$

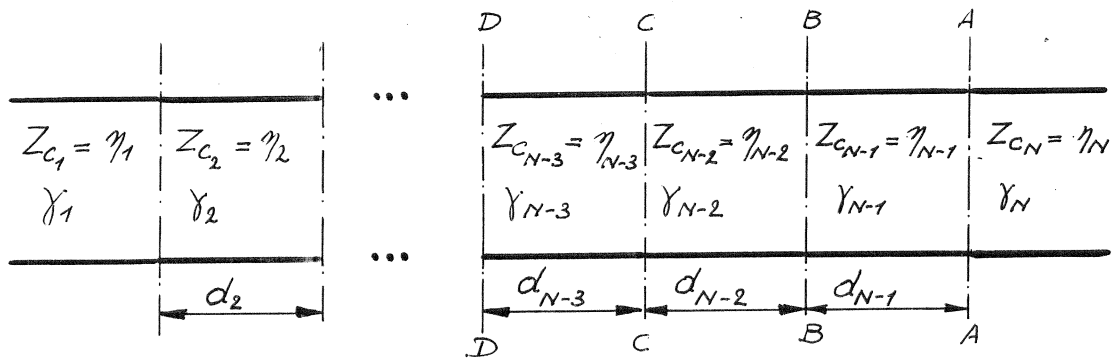
4.15.- Transmissielijnequivalent (2).

We berekenen de impedantie aan de overgang BB, meer concreet aan de rechterkant van deze overgang en kijkend naar rechts.

Op basis van deze impedantie kunnen we de reflectiecoëfficiënt berekenen aan de overgang BB, meer concreet aan de linkerkant van deze overgang.

Deze reflectiecoëfficiënt is de effectieve reflectiecoëfficiënt voor de globale drielagenstructuur.

Transmissielijnequivalent (3) 4.16.



$$\Gamma'_{CC}(r) = \Gamma'_{BB}(l) \cdot e^{-2\gamma_{N-2} \cdot d_{N-2}}$$

$$Z_{CC}(r) = Z_{C_{N-2}} \frac{1 + \Gamma'_{CC}(r)}{1 - \Gamma'_{CC}(r)}$$

$$\Gamma'_{CC}(l) = \frac{Z_{CC}(r) - Z_{C_{N-3}}}{Z_{CC}(r) + Z_{C_{N-3}}}$$

⋮

4.16.- Transmissielijnequivalent (3).

Deze werkwijze leent zich uitstekend tot uitbreiding voor een N-lagenstructuur. We vertrekken van het resultaat bekomen voor drie lagen en transformeren de gevonden reflectiecoëfficiënt over de afstand d_{N-2} van de derde laag, hier laag (N-2). Op basis van de gevonden reflectiecoëfficiënt, berekenen we de impedantie aan de overgang CC, meer concreet aan de rechterkant van deze overgang en kijkend naar rechts.

Uit deze impedantie berekenen we de reflectiecoëfficiënt aan de overgang CC, meer concreet aan de linkerkant van deze overgang.

Deze werkwijze zetten we consequent verder tot we de reflectiecoëfficiënt gevonden hebben aan de ingang.

Probleem 1

4.17.

Communicatie vliegtuig → duikboot

medium 1 = lucht $\mu_1 = \mu_0$, $\epsilon_1 = \epsilon_0$, $\nabla_1 = 0$

medium 2 = zeewater $\mu_2 = \mu_0$, $\epsilon_2 = 81 \epsilon_0$, $\nabla_2 = 4 \text{ s/m}$

- welke fractie van het invallend vermogen dringt door in het zeewater?
- welke fractie bereikt een diepte d ?

4.17.-Toepassing 1: Communicatie vliegtuig-duikboot.

We bestuderen de communicatie tussen een vliegtuig op een gegeven hoogte boven het oppervlak van de zee en een duikboot op een gegeven diepte d onder water. We benaderen de draadloze communicatie door een uniforme, vlakke golf die loodrecht invalt op het scheidingsvlak tussen 2 media: we nemen medium 1 gelijk aan lucht (verliesvrij) en medium 2 heeft de parameters van zeewater.

We stellen 2 vragen:

- welke fractie van de invallende vermogendichtheid dringt er binnen in het zeewater in functie van de frequentie?
- welke fractie van de invallende vermogendichtheid bereikt een diepte d in het zeewater in functie van de frequentie?

We veronderstellen de parameters van zeewater constant over een zeer groot frequentiegebied; een verdere verfijning die rekening houdt met de frequentieafhankelijkheid is mogelijk.

We berekenen de fractie van de invallende vermogendichtheid die wordt doorgelaten naar het 2° medium in functie van de frequentie. Deze fractie neemt toe met toenemende frequentie zolang de verliestangens niet verwaarloosbaar is. Zodra de verliestangens verwaarloosbaar is blijft deze fractie constant.

We herinneren ons uit de propagatie in een medium met verliezen (zie les 3) dat we uit oogpunt van de verzwakking in zeewater de frequentie zo laag mogelijk moeten kiezen. Het is duidelijk dat we tot tegengestelde conclusies komen naargelang het fenomeen dat we bekijken.

We berekenen de vermogendichtheid op $d = 1 \text{ m}$ diepte in zeewater in functie van de frequentie. Het is duidelijk dat we het communicatiesysteem niet zullen moeten opzetten bij hogere frequenties: de verzwakking van de propagatie in zeewater is te groot.

Bij de lagere frequenties is er een optimale frequentie te vinden omwille van de 2 tegengestelde tendensen. De optimale frequentie ligt in de buurt van 10kHz. De maximale fractie van de invallende vermogendichtheid die 1m diepte bereikt bedraagt -33dB of 0,0005 of 0,05%. Dit resultaat illustreert nog eens de moeilijkheid om een communicatie te realiseren met een object op een zekere diepte in zee.

We berekenen opnieuw de fractie van de invallende vermogendichtheid in functie van de frequentie maar nu voor een diepte van 3m. De maximale waarde verschuift zowel in frequentie als in waarde. De maximumwaarde daalt naar -38dB, hetgeen logisch is omwille van de grotere diepte. Ze verschuift ook in frequentie naar lagere frequenties toe.

Probleem 2

4.18.

Radar bodemonderzoek

medium 1 = lucht $\mu_1 = \mu_0$, $\epsilon_1 = \epsilon_0$, $\sigma_1 = 0$

medium 2 = aarde $\mu_2 = \mu_0$, $\epsilon_2 = 3\epsilon_0$, $\sigma_2 = 10^{-4} \text{ S/m}$

medium 3 = perfecte geleider op een diepte d

welke fractie van het invallend vermogen wordt gereflecteerd naar de radar?

4.18.- Toepassing 2: Radar bodemonderzoek.

Bodemonderzoek maakt vaak gebruik van radartechnieken die te herleiden zijn tot het uitzenden van gekende elektromagnetische golven en het onderzoeken van de golven die door de bodem worden gereflecteerd.

We veronderstellen hier een eenvoudig probleem waarbij een perfecte geleidende laag aanwezig is op een diepte d .

We bestuderen dus een 3-lagenstructuur bestaande uit lucht (verliesvrij), aarde en een perfecte geleider. De parameters van aarde worden constant verondersteld in functie van de frequentie.

We bepalen eerst het verloop van de verzwakkingconstante α van aarde in functie van de frequentie: zolang de verliestangens niet verwaarloosbaar is neemt de verzwakkingconstante toe met de frequentie, zodra de verliestangens verwaarloosbaar is verandert de verzwakkingconstante niet meer met de frequentie.

We berekenen de fractie van de invallende vermogendichtheid die aan het scheidingsvlak lucht - aarde gereflecteerd wordt als er zich in de aarde geen reflecterende laag bevindt.

We vergelijken dit met de fractie van de invallende vermogendichtheid die gereflecteerd wordt in het geval van een oneindig geleidende laag in de aarde op een diepte $d = 10 \text{ m}$.

We herhalen de berekening voor een diepte $d = 1 \text{ m}$.

Les 5.- Schuine inval

5.1.

- *schuine inval op perfecte geleider*
- *schuine inval op scheidingsvlak tussen 2 perfecte diëlectrica*

Les 5.- Schuine inval

5.1.- Schuine inval.

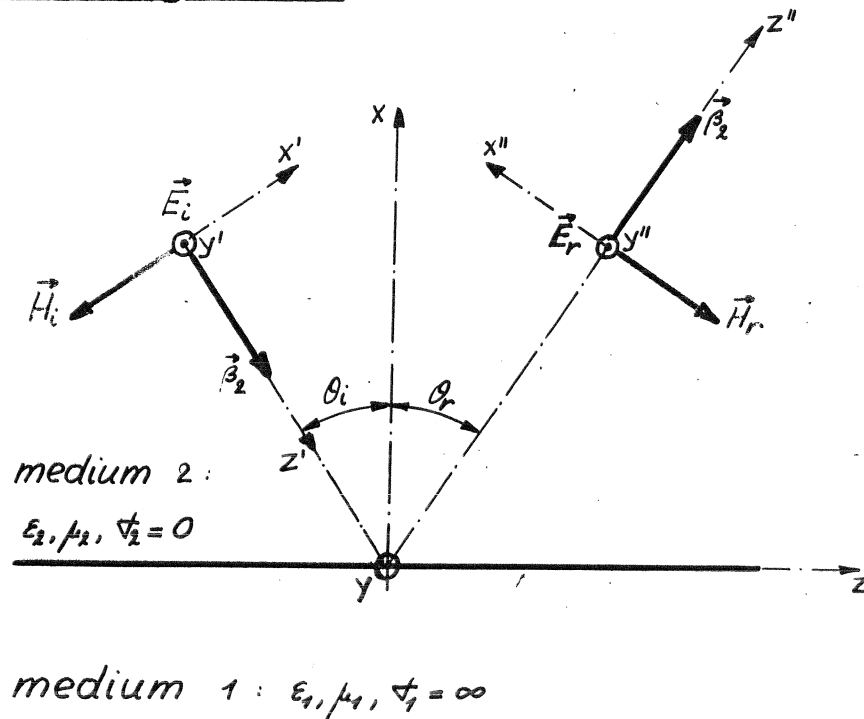
We bestuderen in deze les de schuine inval van een uniforme, vlakke golf op het scheidingsvlak tussen twee media:

- eerst op een perfect geleidend vlak,
- daarna op het scheidingsvlak tussen twee diëlectrica zonder verliezen.

Deze les is de basis voor les 6 en les 7, waarin we de golfpropagatie zullen bestuderen in golfgeleiders met geleidende wanden, respectievelijk in diëlectrische golfgeleiders.

Schuine inval op perfecte geleider

5.2.



5.2.- Schuine inval op een perfect geleidend vlak.

We beschouwen voor de schuine inval op een perfect geleidend vlak een uniforme, vlakke golf met het elektrisch veld gepolariseerd volgens de y-richting, evenwijdig met het perfect geleidend oppervlak op de plaats $x=0$. Deze golf valt in onder een hoek θ_i met de normale op het vlak $x=0$.

Uit de optica weten we dat er een gereflecteerde golf ontstaat onder een hoek θ_r aan de andere kant van de normale, met dezelfde polarisatie als de invallende golf.

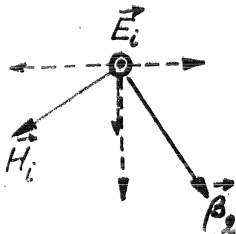
We veronderstellen het medium 2 verliesvrij en het medium 1 perfect geleidend.

Invallende golf

5.3.

$$\begin{aligned}\vec{E}_i &= \vec{i}_y E_{i_0} e^{-j\beta_2 z'} \\ &= \vec{i}_y E_{i_0} e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_i &= -\vec{i}_x \frac{E_{i_0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z'} \\ &= (-\vec{i}_z \cos \theta_i - \vec{i}_x \sin \theta_i) \frac{E_{i_0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)} \\ &= \left(-\vec{i}_z \frac{E_{i_0}}{\eta_2 \cos \theta_i} - \vec{i}_x \frac{E_{i_0}}{\eta_2 \sin \theta_i} \right) e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)}\end{aligned}$$



5.3.- Invallende golf.

We gebruiken een x', y', z' -assenstelsel om de invallende golf te beschrijven: deze golf propageert langs de positieve z' -as. De propagatieconstante $\gamma_2 = j\beta_2$ en de intrinsieke impedantie η_2 zijn bepaald door de eigenschappen van medium 2. Teneinde straks de randvoorwaarden te kunnen toepassen op het vlak $x=0$, herschrijven we deze uitdrukking in x, y, z -coördinaten.

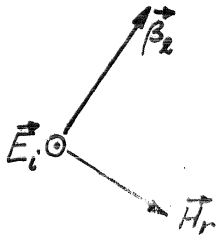
We kunnen ons de propagatie in de z' -richting voorstellen als een gecombineerde propagatie, enerzijds in de $-x$ -richting en anderzijds in de $+z$ -richting met een fasevector die gelijk is aan de projectie van de β_2 -vector volgens de z' -richting op de desbetreffende richtingen. Het magnetisch veld kan ontbonden worden in een x -componente en een z -componente, die bepaald zijn door een zg. geprojecteerde intrinsieke impedantie respectievelijk in de x -richting en in de z -richting.

Gereflecteerde golf

5.4.

$$\begin{aligned}\vec{E}_r &= \vec{i}_{y''} E_{r0} e^{-j\beta_2 z''} \\ &= \vec{i}_y \cdot E_{r0} e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_r + x \cos \theta_r)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_r &= -\vec{i}_{x''} \frac{E_{r0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z''} \\ &= (\vec{i}_z \cos \theta_r - \vec{i}_x \sin \theta_r) \frac{E_{r0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_r + x \cos \theta_r)} \\ &= \left(\vec{i}_z \frac{E_{r0}}{\eta_2 \cos \theta_r} - \vec{i}_x \frac{E_{r0}}{\eta_2 \sin \theta_r} \right) e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_r + x \cos \theta_r)}\end{aligned}$$



5.4.- Gereflecteerde golf.

We definiëren de gereflecteerde golf in een x'', y'', z'' -assenstelsel, waarbij deze golf propageert langs de z'' -as.

Ook hier werken we deze uitdrukking om naar x, y, z -coördinaten.

We kunnen ons de propagatie in de z'' -richting voorstellen als een gecombineerde propagatie, enerzijds in de $+x$ -richting en anderzijds in de $+z$ -richting met een fasevector die gelijk is aan de projectie van de β_2 -vector volgens z'' op de desbetreffende richtingen. Het magnetisch veld kan ontbonden worden in een x -componente en een z -componente, die bepaald zijn door een zg. geprojecteerde intrinsieke impedantie respectievelijk in de x -richting en in de z -richting.

Randvoorwaarden

5.5.

$$E_{tang} = 0 \text{ bij } x=0$$

$$E_{i_0} e^{-j\beta_2 z \sin \theta_i} + E_{r_0} e^{-j\beta_2 z \sin \theta_r} = 0$$

$$\theta_i = \theta_r = \theta$$

$$E_{r_0} = -E_{i_0}$$

5.5.- Randvoorwaarden.

De aanwezigheid van het perfect geleidend vlak op de plaats $x=0$ vereist dat het totale tangentiële elektrische veld gelijk is aan nul op dat vlak. Deze randvoorwaarde leidt tot 1 vergelijking die moet voldaan zijn voor alle waarden van de coördinaat z . Dit legt een voorwaarde op aan de exponenten en aan de amplitudes. De hoek met de normale van de gereflecteerde golf is gelijk aan de hoek met de normale van de invallende golf. De amplitude van de gereflecteerde golf is gelijk aan de amplitude van de invallende golf, maar met tegengesteld teken of m.a.w. een faseverschil van 180° .

Totale veld

5.6.

$$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_r = \vec{E}_0 e^{-j\beta_2 z \sin \theta} 2j \sin(\beta_2 x \cos \theta)$$

$$= \vec{E}_0 2j \sin(\beta_x x) e^{-j\beta z}$$

$$\beta = \beta_2 \sin \theta$$

$$\beta_x = \beta_2 \cos \theta$$

TE-golf

$$\vec{H} = \vec{H}_i + \vec{H}_r = \left(-\vec{E}_0 \frac{2 \cos \beta_x x}{\eta_2 \cos \theta} - \vec{E}_0 \frac{2j \sin \beta_x x}{\eta_2 \sin \theta} \right) e^{-j\beta z}$$

$$\vec{E} = \vec{0} \text{ als } \beta_x x = m\pi \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\beta_2 \cos \theta \cdot x = m\pi$$

2-platengolfgeleider!

5.6.- Totale veld.

In de halfruimte z groter dan nul zijn zowel de invallende als de gereflecteerde golf aanwezig. Het totale veld is gelijk aan de superpositie van deze twee golven.. Dit totale veld voldoet aan de randvoorwaarde opgelegd door het perfect geleidend vlak, nl. het tangentieel elektrisch veld is gelijk aan nul op de plaats $x=0$ omwille van de sinusoidale afhankelijkheid van de plaatscoördinaat x .

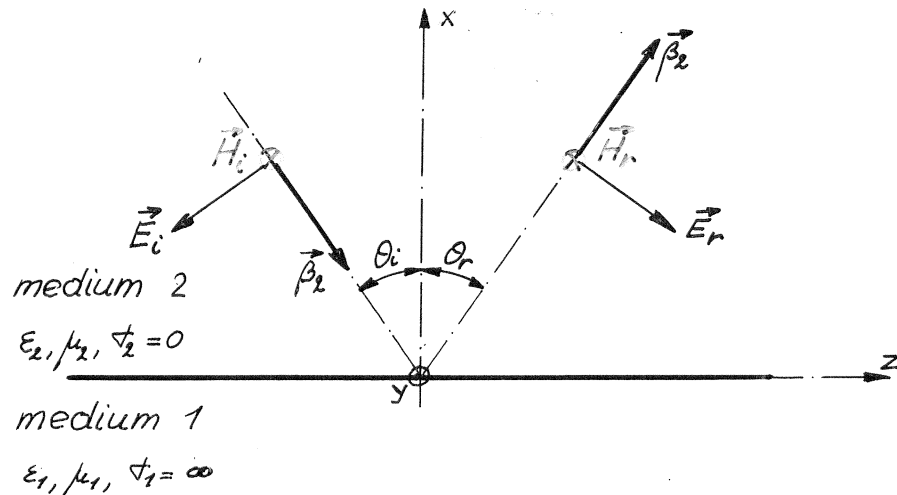
Het totale veld is een elektromagnetische golf die zich voortplant in de $+z$ -richting. Het elektrisch veld heeft uitsluitend een y -componente, het magnetisch veld heeft een x - en een z -componente. Het totale veld is een transversale elektrische (TE) golf, dit betekent dat het elektrisch veld zuiver transversaal is t.o.v. de propagatierichting, terwijl het magnetisch veld naast een transversale ook een longitudinale component heeft. Dit is dus een eerste verschil met een uniforme, vlakke golf die te beschouwen is als een transversale elektromagnetische (TEM) golf, omdat zowel het elektrisch als het magnetisch veld zuiver transversaal zijn t.o.v. de propagatierichting.

Een tweede verschil is het verloop van de amplitude van b.v. het elektrisch veld in een vlak loodrecht op de propagatierichting: dit verloop is hier niet constant, maar het elektrisch veld is afhankelijk van de x -coördinaat volgens een sinusfunctie. Het totale veld is bijgevolg geen uniforme, vlakke golf.

De fasesnelheid in de z -richting is bepaald door de projectie van de β_2 -vector op de z -richting. Deze projectie is kleiner dan β_2 , bijgevolg is de fasesnelheid van het totale veld in de z -richting groter dan de lichtsnelheid in medium 2. We zullen dit fenomeen verder bespreken bij de golfpropagatie in een 2-platengolfgeleider met perfect geleidende wanden (zie les 6).

TM-golf

5.7



$$\vec{H}_i = -\vec{i}_y \cdot H_{i0} \cdot e^{-j\beta_2(z \cdot \sin \theta_i - x \cdot \cos \theta_i)}$$

$$\vec{E}_i = (-\vec{i}_z \cdot \eta_2 \cdot \cos \theta_i - \vec{i}_x \cdot \eta_2 \cdot \sin \theta_i) H_{i0} \cdot e^{-j\beta_2(\dots)}$$

totale veld = TM-golf

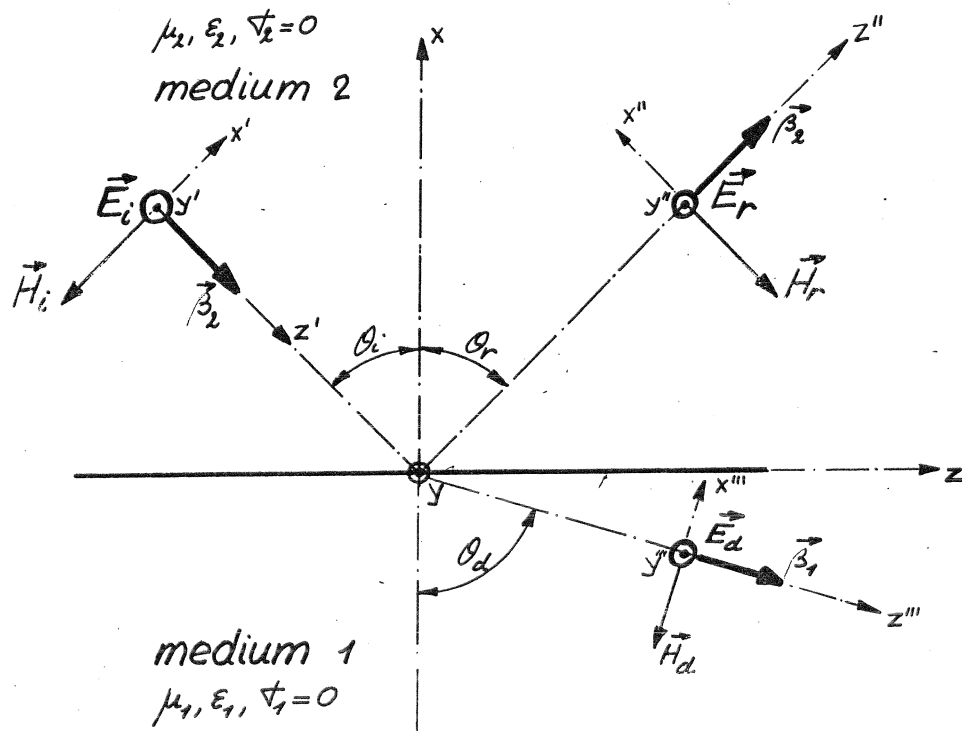
5.7.- TM-golf.

Het resulterende totale veld in medium 2 is een transversale elektrische (TE) golf die propageert in de +z-richting. Dit resultaat hangt samen met de keuze die we maakten voor de invallende golf, nl. een uniforme, vlakke golf met het elektrisch veld gepolariseerd in de y-richting evenwijdig met vlak $x=0$. Hadden we voor de invallende golf het magnetisch veld gepolariseerd in de y-richting, dan was het resulterende veld een transversale magnetische (TM) golf die propageert in de +z-richting.

Schuine inval

5.8.

op scheidingsvlak tussen 2 diëlectrica



5.8.- Schuine inval op het scheidingsvlak tussen 2 diëlectrica.

We beschouwen een uniforme, vlakke golf met het elektrisch veld gepolariseerd in de y -richting evenwijdig aan het vlak $x=0$, die schuin invalt vanuit medium 2 op het scheidingsvlak tussen 2 verliesvrije diëlectrica. Er ontstaat een gereflecteerde en een doorgelaten golf met dezelfde polarisatie als de invallende golf.

Invallende golf

5.9.

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_i &= \vec{i}_y \cdot E_{i0} e^{-j\beta_2 z'} \\
 &= \vec{i}_y \cdot E_{i0} e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)} \\
 \vec{H}_i &= -\vec{i}_x \cdot \frac{E_{i0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z'} \\
 &= (-\vec{i}_z \cos \theta_i - \vec{i}_x \sin \theta_i) \frac{E_{i0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)} \\
 &= \left(-\vec{i}_z \cdot \frac{E_{i0}}{\eta_2 \cos \theta_i} - \vec{i}_x \cdot \frac{E_{i0}}{\eta_2 \sin \theta_i} \right) e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)}
 \end{aligned}$$

5.9.- Invallende golf.

We gebruiken een x', y', z' -assenstelsel om de invallende golf te beschrijven: deze golf propageert langs de positieve z' -as. De propagatieconstante $\gamma_2 = j\beta_2$ en de intrinsieke impedantie η_2 zijn bepaald door de eigenschappen van medium 2. Teneinde straks de randvoorwaarden te kunnen toepassen op het vlak $x=0$, herschrijven we deze uitdrukking in x, y, z -coördinaten. We kunnen ons de propagatie in de z' -richting voorstellen als een gecombineerde propagatie, enerzijds in de $-x$ -richting en anderzijds in de $+z$ -richting met een fasevector die gelijk is aan de projectie van de β_2 -vector volgens de z' -richting op de desbetreffende richtingen. Het magnetisch veld kan ontbonden worden in een x -componente en een z -componente, die bepaald zijn door een zg. geprojecteerde intrinsieke impedantie respectievelijk in de x -richting en in de z -richting.

Gereflecteerde golf

5.10.

$$\begin{aligned}\vec{E}_r &= \vec{i}_y \cdot E_0 e^{-j\beta_2 z''} \\ &= \vec{i}_y \cdot E_0 e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_r + x \cos \theta_r)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_r &= -\vec{i}_x \cdot \frac{E_0}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z''} \\ &= (\vec{i}_z \cdot \cos \theta_r - \vec{i}_x \cdot \sin \theta_r) \frac{E_0}{\eta_2} e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_r + x \cos \theta_r)} \\ &= \left(\vec{i}_z \cdot \frac{E_0}{\eta_2 \cos \theta_r} - \vec{i}_x \cdot \frac{E_0}{\eta_2 \sin \theta_r} \right) e^{-j\beta_2 (z \sin \theta_r + x \cos \theta_r)}\end{aligned}$$

5.10.- Gereflecteerde golf.

De gereflecteerde golf propageert onder een hoek θ_r aan de andere kant van de normale. We definiëren de gereflecteerde golf in een x'', y'', z'' -assenstelsel, waarbij deze golf propageert langs de z'' -as.

Ook hier werken we deze uitdrukking om naar x, y, z -coördinaten.

We kunnen ons de propagatie in de z'' -richting voorstellen als een gecombineerde propagatie, enerzijds in de $+x$ -richting en anderzijds in de $+z$ -richting met een fasevector die gelijk is aan de projectie van de β_2 -vector volgens z'' op de desbetreffende richtingen. Het magnetisch veld kan ontbonden worden in een x -componente en een z -componente, die bepaald zijn door een zg. geprojecteerde intrinsieke impedantie respectievelijk in de x -richting en in de z -richting.

Doorgelaten golf

5.11.

$$\begin{aligned}\vec{E}_d &= \vec{i}_{y'''} \cdot E_{d0} e^{-j\beta_1 z'''} \\ &= \vec{i}_y \cdot E_{d0} e^{-j\beta_1 (z \sin \theta_d - x \cos \theta_d)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_d &= -\vec{i}_{x'''} \cdot \frac{E_{d0}}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (z \sin \theta_d - x \cos \theta_d)} \\ &= (-\vec{i}_z \cdot \cos \theta_d - \vec{i}_x \cdot \sin \theta_d) \frac{E_{i0}}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (z \sin \theta_d - x \cos \theta_d)} \\ &= \left(-\vec{i}_z \cdot \frac{E_{i0}}{\eta_1 \cos \theta_d} - \vec{i}_x \cdot \frac{E_{i0}}{\eta_1 \sin \theta_d} \right) e^{-j\beta_1 (z \sin \theta_d - x \cos \theta_d)}\end{aligned}$$

5.11.- Doorgelaten golf.

Er ontstaat in medium 1 een doorgelaten golf onder een hoek θ_d met de normale. We beschrijven deze golf in een x''', y''', z''' -assenstelsel, waarbij de golf propageert in de z''' -richting. De propagatieconstante $\gamma_1 = j\beta_1$ en de intrinsieke impedantie η_1 zijn bepaald door de eigenschappen van medium 1. Ook hier ontwikkelen we de veldcomponenten in het x, y, z -vlak.

Randvoorwaarden

5.12.

$E_{\text{tang. continu bij } x=0}$

$$E_{i_0} e^{-j\beta_2 z \sin\theta_i} + E_{r_0} e^{-j\beta_2 z \sin\theta_r} = E_{d_0} e^{-j\beta_1 z \sin\theta_d}$$

$H_{\text{tang. continu bij } x=0}$

$$\frac{-E_{i_0}}{\frac{\eta_2}{\cos\theta_i}} e^{-j\beta_2 z \sin\theta_i} + \frac{E_{r_0}}{\frac{\eta_2}{\cos\theta_r}} e^{-j\beta_2 z \sin\theta_r} = \frac{-E_{d_0}}{\frac{\eta_1}{\cos\theta_d}} e^{-j\beta_1 z \sin\theta_d}$$

5.12.- Randvoorwaarden.

Bij de overgang tussen de 2 media eisen we continuïteit van de tangentiële componenten van het elektrisch en van het magnetisch veld.

De elektrische velden hebben uitsluitend een y-componente die tangentieel is aan het scheidingsvlak. We eisen dat de som van het elektrisch veld van de invallende golf en het elektrisch veld van de gereflecteerde golf gelijk is aan het elektrisch veld van de doorgelaten golf ter hoogte $x=0$.

De magnetische velden hebben een x-componente en een z-componente; de z-componente is tangentieel aan het scheidingsvlak. We eisen dat de som van de z-componente van het magnetisch veld van de invallende golf en van de gereflecteerde golf gelijk is aan de z-componente van het magnetisch veld van de doorgelaten golf ter hoogte $x=0$.

Dit levert 2 vergelijkingen op waaruit we de amplitude van de gereflecteerde golf en van de doorgelaten golf kunnen bepalen.

Oplossing(1)

5.13.

gelijke fasesnelheid

$$\beta_2 \sin \theta_i = \beta_2 \sin \theta_r = \beta_1 \sin \theta_d$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_i = \theta_r = \theta_2 \\ \theta_d = \theta_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \beta_2 \sin \theta_2 = \beta_1 \sin \theta_1 \\ \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} \sin \theta_2 = \sqrt{\mu_1 \epsilon_1} \sin \theta_1 \end{array}$$

E_{tang} en H_{tang} continu

$$E_{i_o} + E_{r_o} = E_{d_o}$$

$$\frac{E_{i_o}}{\eta'_2} - \frac{E_{r_o}}{\eta'_2} = \frac{E_{d_o}}{\eta'_1}$$

$$\eta'_2 = \frac{\eta_2}{\cos \theta_2}$$

$$\eta'_1 = \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}$$

5.13.- Oplossing (1).

De vergelijkingen moeten voldaan zijn voor alle plaatsen z , daarom eisen we de gelijkheid van de exponenten. Fysisch betekent deze eis dat de fasesnelheid in horizontale richting voor alle golven dezelfde is. Hieruit volgt dat de gereflecteerde golf propageert onder een hoek met de normale die dezelfde is als bij de invallende golf, maar aan de andere kant van de normale.

De hoek van de doorgelaten golf wordt, zoals bekend uit de optica, gegeven door de brekingswet die hier algemeen voor elektromagnetische golven is afgeleid.

Het stelsel van 2 vergelijkingen voor het bepalen van de amplitudes krijgt een eenvoudige vorm mits het invoeren van een verkorte notatie voor de zg. geprojecteerde intrinsieke impedanties.

Oplossing (2)

5.14.

reflectiecoëfficiënt

$$\Gamma = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta'_1 - \eta'_2}{\eta'_1 + \eta'_2}$$

transmissiecoëfficiënt

$$T = \frac{E_{d0}}{E_{i0}} = \frac{2 \eta'_1}{\eta'_1 + \eta'_2}$$

5.14.- Oplossing (2).

We brengen de oplossing onder een eenvoudig te onthouden vorm door de reflectiecoëfficiënt en de transmissiecoëfficiënt te introduceren. We bekomen gelijkaardige uitdrukkingen als bij de loodrechte inval mits de zg. geprojecteerde intrinsieke impedanties te gebruiken.

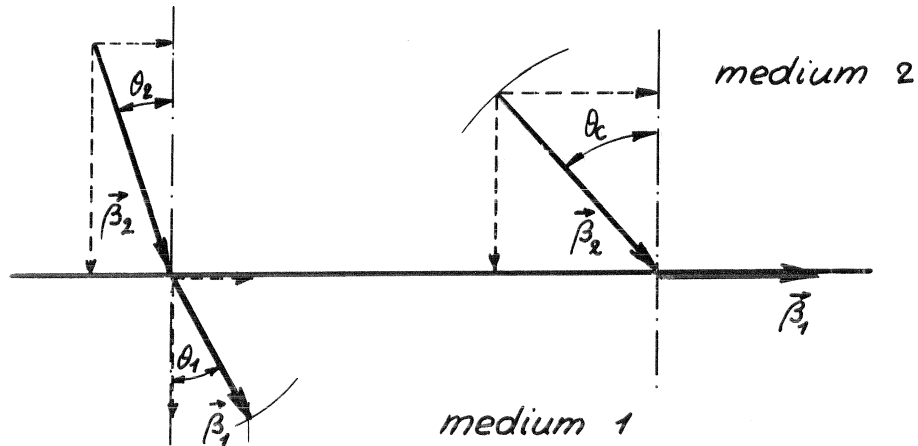
Kritische reflectie (1)

5.15.

$$\sin \theta_1 = \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{\mu_1 \epsilon_1}} \sin \theta_2 = 1$$

$$\theta_2 = \theta_c \rightarrow \sin \theta_c = \sqrt{\frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2}}$$

$$\sin \theta_c = \frac{1}{\sqrt{2,25}} \rightarrow \theta_c = 41,81^\circ$$



5.15.- Kritische reflectie (1).

Beschouw als voorbeeld de schuine inval vanuit glas (medium 2, brekingsindex = 1,5) naar lucht (medium 1).

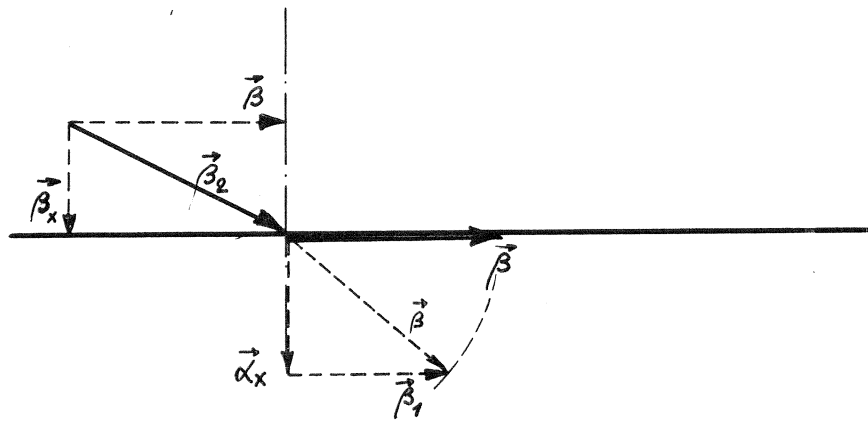
Als we de brekingswet toepassen merken we dat de doorgelaten golf een grotere hoek maakt met de normale dan de invallende golf.

Als de invallende golf invalt onder de kritische hoek ($41,81^\circ$) maakt de doorgelaten golf een hoek van 90° met de normale.

Valt de invallende golf in onder een hoek groter dan de kritische hoek, dan laat de brekingswet ons in eerste instantie in de steek om de hoek van de doorgelaten golf te bepalen.

Kritische reflectie (2)

5.16.



$$\begin{aligned}\beta^2 &= \omega^2 \mu_2 \epsilon_2 - \beta_x^2 = \beta_z^2 - \beta_x^2 \\ &= \omega^2 \mu_1 \epsilon_1 + \alpha_x^2 = \beta_1^2 + \alpha_x^2\end{aligned}$$

5.16.- Kritische reflectie (2).

Als de invallende golf invalt onder een grotere hoek dan de kritische hoek, wordt de horizontale component van de fasevector in medium 2 groter dan de fasevector in medium 1. We kunnen onmogelijk aan de eis van dezelfde horizontale fasesnelheid voldoen met een uniforme, vlakke golf in medium 1.

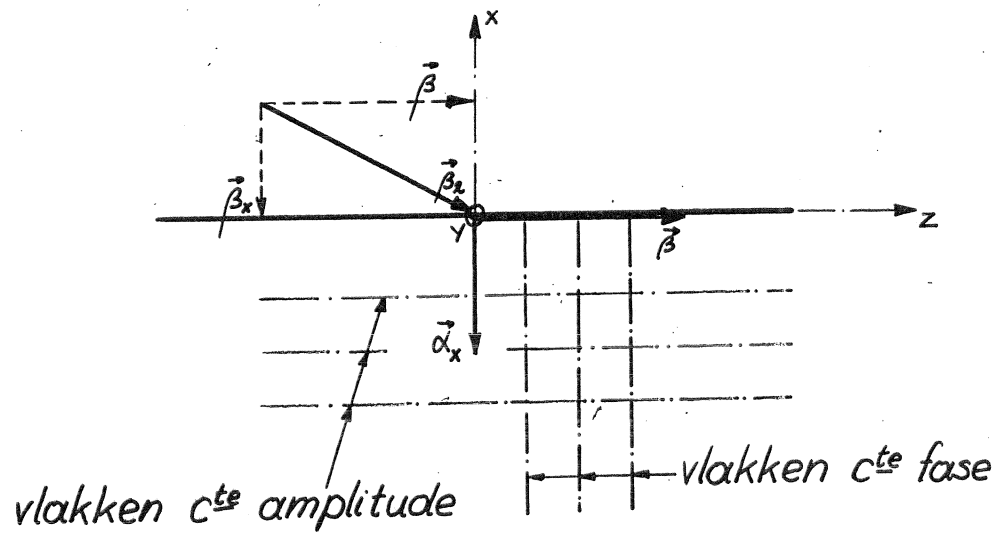
Daarom introduceren we in medium 1 een niet-uniforme, vlakke golf die propageert in de +z-richting met de faseconstante β die gelijk is aan de horizontale component van β_2 (waardoor voldaan is aan de eis van gelijke horizontale fasesnelheid) en waarvan de amplitude exponentieel afneemt in de -x-richting. De dispersievergelijking laat duidelijk zien dat hierdoor de faseconstante van de niet-uniforme, vlakke golf groter wordt dan de faseconstante van een uniforme, vlakke golf in medium 1.

Kritische reflectie (3)

5.17

doorgelaten golf

$$\vec{E}_d = \vec{i}_y \cdot E_{d_0} e^{-j\beta z + \alpha_x x}$$



5.17.- Kritische reflectie (3).

De uitdrukking voor de veldcomponenten van de doorgelaten golf omvat naast een propagatiefactor in de +z-richting ook een amplitudefactor met een exponentiële afname in de -x-richting.

De vlakken van constante fase liggen loodrecht op de propagatierichting; de vlakken van constante amplitude liggen loodrecht op de x-richting en niet meer loodrecht op de propagatierichting zoals bij een uniforme, vlakke golf.

Kritische reflectie (4)

5.18.

$$H_{dx} = \frac{+1}{j\omega\mu_1} \cdot \frac{\partial E_{dy}}{\partial z} = \frac{E_{d0}}{j\omega\mu_1} (-j\beta) e^{-j\beta z + \alpha_x x}$$

$$H_{dz} = \frac{-1}{j\omega\mu_1} \cdot \frac{\partial E_{dy}}{\partial x} = \frac{-E_{d0}}{j\omega\mu_1} (\alpha_x) e^{-j\beta z + \alpha_x x}$$

$$\eta'_1 = \frac{E_{dy}}{H_{dz}} = \frac{-j\omega\mu_1}{\alpha_x} = jX_1$$

$$\text{reflectiecoëfficiënt } \Gamma = \frac{\eta'_1 - \eta'_2}{\eta'_1 + \eta'_2} = \frac{jX_1 - \eta'_2}{jX_1 + \eta'_2} = e^{j\psi}$$

$$\text{amplitude} = 1$$

5.18.- Kritische reflectie (4).

We berekenen de componenten van het magnetisch veld van de doorgelaten golf: we vinden een x-componente en een z-componente. We besluiten hieruit dat de doorgelaten golf een transversale elektrische (TE) golf is.

Dit is een belangrijke conclusie die we als volgt kunnen samenvatten:

"Als een uniforme, vlakke golf (= transversale elektromagnetische golf, in dit voorbeeld met het elektrisch veld evenwijdig gepolariseerd met de y-richting) schuin invalt vanuit medium 2 op het scheidingsvlak tussen 2 diëlektrica, onder een hoek die groter is dan de kritische hoek, dan ontstaat in medium 1 als doorgelaten golf een niet-uniforme, vlakke golf (is geen transversale elektromagnetische golf meer; hier in dit voorbeeld een transversale elektrische golf) die propageert langs het scheidingsvlak.

De reflectiecoëfficiënt Γ in de x-richting heeft een absolute waarde gelijk aan 1 en een fase ψ . Dit betekent dat in medium 2 volledige reflectie optreedt of m.a.w. dat de golf in medium 1 in de x-richting uitsluitend reactieve energie bevat; hetgeen overeenstemt met de zuiver imaginaire, intrinsieke impedantie in transversale richting.

Kritische reflectie (5)

5.19.

invallende golf

$$\begin{aligned} E_i &= E_{i_0} e^{-j\beta_2(z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)} \\ &= E_{i_0} e^{-j\beta_2 z + j\beta_x x} \end{aligned}$$

gereflecteerde golf

$$\begin{aligned} E_r &= E_{r_0} e^{-j\beta_2(z \sin \theta_r + x \cos \theta_r)} \\ &= E_{r_0} e^{-j\beta_2 z - j\beta_x x} = \Gamma E_{i_0} e^{-j\beta_2 z - j\beta_x x} \end{aligned}$$

totale veld $(\Gamma = 1 e^{j\psi})$

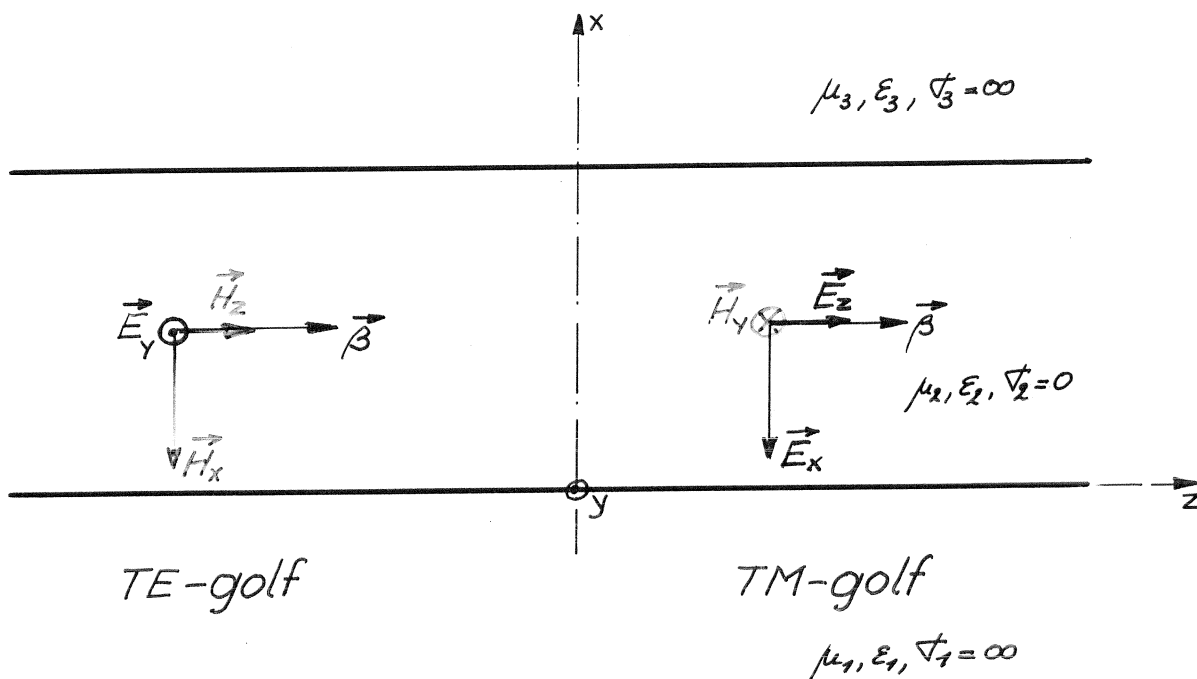
$$\begin{aligned} E_i + E_r &= E_{i_0} e^{-j\beta_2 z} (e^{j\beta_x x} + e^{-j\beta_x x + j\psi}) \\ E_t &= E_{i_0} e^{-j\beta_2 z} e^{j\psi/2} \cdot 2 \cos(\beta_x x - \psi/2) \\ &= TE\text{-golf} \end{aligned}$$

5.19.- Kritische reflectie (5).

We schrijven de gereflecteerde golf in termen van de amplitude van de invallende golf met de absolute waarde van de reflectiecoëfficiënt in transversale richting gelijk aan 1 en de fase gelijk aan ψ . De propagatiefactor in de +z-richting is voor beide golven uiteraard dezelfde.

Toepassing 1: Propagatie tussen 2 geleidende oppervlakken

5.20.

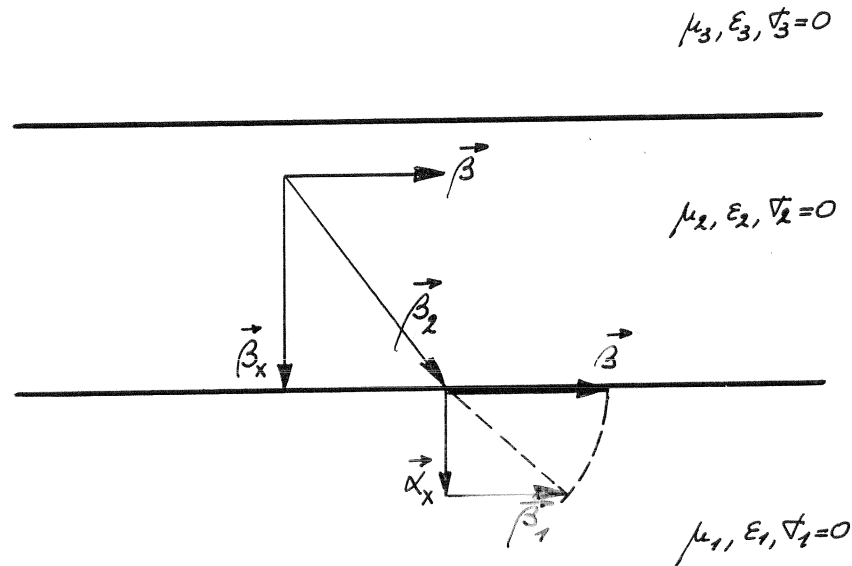


5.20.- Toepassing 1: Propagatie tussen 2 geleidende oppervlakken.

In de volgende les (les 6) zullen we golfgeleiders met geleidende wanden bestuderen. Het propagatiemechanisme kan rechtstreeks afgeleid worden uit de schuine inval op een perfect geleidend vlak. We vertrekken van het totale veld dat ontstaat uit de superpositie van de invallende golf en de gereflecteerde golf. Het blijkt dat dit totale veld ook voldoet aan de randvoorwaarden opgelegd door 2 perfect geleidende vlakken en bijgevolg ook een oplossing vormt voor de propagatie tussen 2 geleidende vlakken. Uit hetgeen we in deze les gezien hebben leiden we af dat de oplossing zal bestaan uit TE-golven en uit TM-golven, met een amplitude die niet constant is in de richting loodrecht op de propagatierichting maar verandert volgens een sinus- of een cosinusfunctie.

Toepassing 2: Propagatie in diëlectrische golfgeleiders

5.21.



5.21.- Toepassing 2: Propagatie in diëlectrische golfgeleiders.

In les 7 bestuderen we de propagatie in diëlectrische golfgeleiders die bestaan uit drie diëlectrische lagen en waarvan de permitiviteiten zo gekozen zijn dat aan elk scheidingsvlak kritische reflectie optreedt. We vertrekken van het totale veld dat we vonden bij de schuine inval op het scheidingsvlak tussen 2 diëlectrische lagen. Dit totale veld voldoet ook aan de randvoorwaarden opgelegd door een diëlectrische golfgeleider. Uit hetgeen we in deze les gezien hebben leiden we af dat de oplossing zal bestaan uit TE-golven en uit TM-golven, met een amplitude die niet constant is in de richting loodrecht op de propagatierichting maar verandert volgens een sinus- of een cosinusfunctie in de centrale laag en die exponentieel afneemt in de twee buitenlagen.

Een zeer belangrijke toepassing van dit propagatiemechanisme vinden we terug in glasvezelcommunicatie.

Les 6.- Golfgeleiders met geleidende wanden

6.1.

- drielagenstructuur
- TE-modes
 - fasesnelheid
 - groepsnelheid
- TM-modes
- effect werkelijke media

Les 6.- Golfgeleiders met geleidende wanden

6.1.- Golfgeleiders met geleidende wanden.

Zeer veel propagatieproblemen kunnen begrepen worden door de studie van de propagatie in de langsrichting van een drielagenstructuur met willekeurige media. Wij zullen ons beperken tot ideale media en 2 gevallen bestuderen: een drielagenstructuur met de buitenste lagen perfect geleidend (in les 6) en een drielagenstructuur opgebouwd uit verliesvrije diëlectrica (in les 7).

In de drielagenstructuur met perfecte geleiders vinden we drie soorten golfoplossingen die kunnen propageren.

We vinden enerzijds transversale elektrische golven waarvan enkel het elektrisch veld zuiver transversaal is en anderzijds transversale magnetische golven waarvan enkel het magnetisch veld zuiver transversaal is. Duidelijker geformuleerd: we vinden een oneindige verzameling van mogelijke TE-golven en een oneindige verzameling van mogelijke TM-golven. Welke modes (we noemen deze golven ook modes) zich in een werkelijke configuratie zullen voortplanten hangt af van de excitatiebron, deze wordt hier niet mee bekeken, we zoeken enkel de mogelijke oplossingen. Deze TE- en TM-golven hebben propagatie-eigenschappen die totaal verschillen van een TEM-golf. De propagatie is niet mogelijk vanaf frequentie nul maar pas vanaf een zekere afsnijfrequentie, die eigen is aan elke mode. De propagatie boven de afsnijfrequentie is dispersief: dit betekent dat de fasesnelheid afhankelijk is van de frequentie.

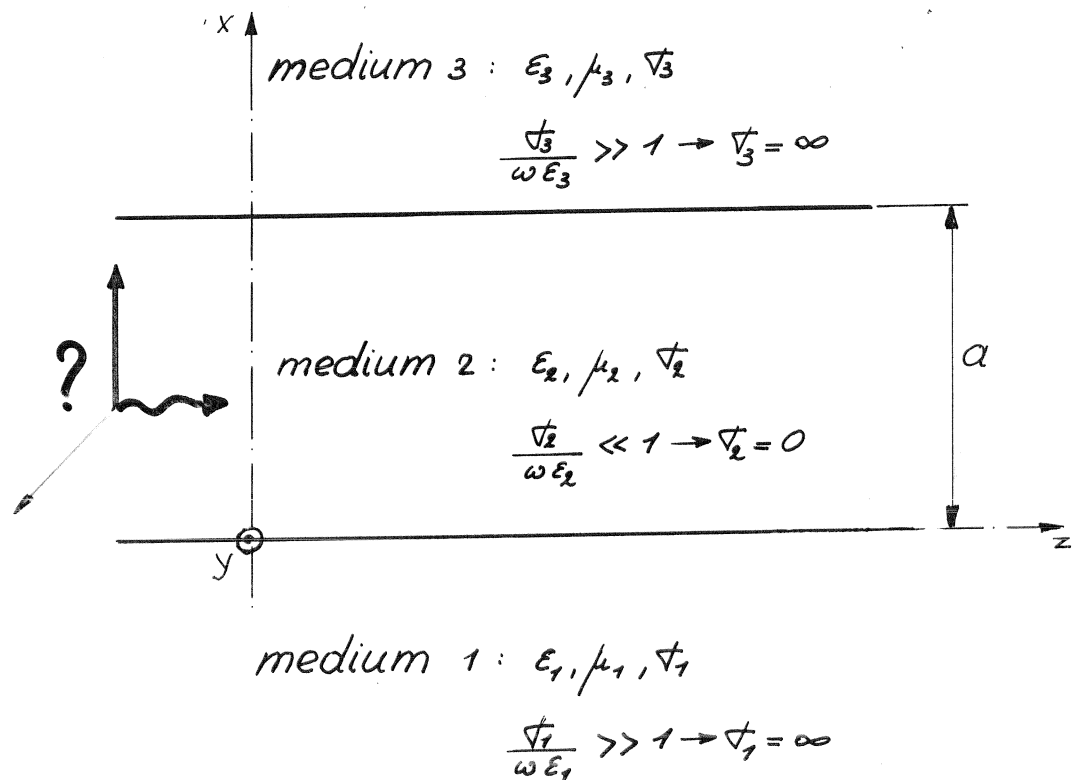
Als een bijzonder geval bij de TM-golven (voor de parameter $m=0$) vinden we ook een transversale elektromagnetische golf, met dus zowel het elektrisch als het magnetisch veld zuiver transversaal staan t.o.v. de propagatierichting. Deze golf propageert vanaf frequentie nul met een fasesnelheid die uitsluitend bepaald is door de eigenschappen van het medium in de middelste laag en vertoont geen dispersie. Deze T.E.M.-golf is niets anders dan de elektromagnetische beschrijving van de spannings-stroomgolf die we op deze tweegeleider (transmissielijn)structuur terugvinden.

Als eerste uitbreiding zullen we de werkelijkheid iets dichter benaderen door na te gaan wat de invloed is van de niet-perfecte geleidbaarheid van de twee geleidende lagen.

Als tweede uitbreiding vinden we de oplossingen in rechthoekige golfgeleiders met perfect elektrisch geleidende wanden en in rechthoekige structuren waarbij de verticale zijwanden perfect magnetisch geleidend verondersteld worden..

Elektromagnetisch model

6.2.



6.2.- Basisconfiguratie: elektromagnetisch model.

De algemene configuratie is samengesteld uit 3 lagen: de twee buitenste lagen bestaan uit goed geleidend materiaal, dus een grote verliestangens bij de beschouwde frequentie, de middelste laag bestaat uit een diëlectricum met geringe verliezen, of m.a.w. een geringe verliestangens bij de beschouwde frequentie.

We wensen de elektromagnetische golfpropagatie te bestuderen in de langsrichting van de drielagenstructuur.

De oplossing van de algemene basisconfiguratie valt buiten het bestek van dit vak. We voeren een idealisatie door en vervangen de 2 buitenste lagen door perfecte geleiders en de middelste laag door een perfect diëlectricum.

We zoeken de mogelijke golfoplossingen die kunnen propageren in de langsrichting z van deze structuur, waarbij we veronderstellen dat er geen afhankelijkheid is van de plaatscoördinaat y .

Er zijn twee werkwijzen om de golfoplossingen te zoeken:

- in een eerste methode vertrekken we van de golfvergelijking en zoeken de oplossingen die aan de randvoorwaarden voldoen
- in een tweede methode vertrekken we van onze kennis van het totale veld gevonden bij de schuine inval op een perfect geleidend vlak en stellen vast dat het een oplossing is voor deze configuratie.

We gebruiken hier de tweede methode.

TE-modes

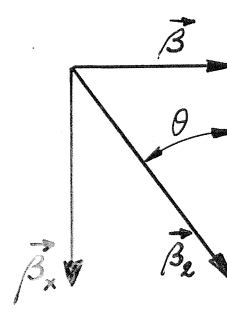
6.3.

$$\vec{E} = \vec{t}_y \cdot C_1 \cdot \sin \beta_x x \cdot e^{-j\beta z}$$

$$\beta = \beta_2 \cdot \sin \theta$$

$$\beta_x = \beta_2 \cdot \cos \theta$$

$$\beta_2 = \omega \sqrt{\mu_2 \cdot \epsilon_2}$$



$$x=a: E_y=0 \quad \sin \beta_x a=0 \quad \beta_x a=m\pi \quad m=1,2,\dots$$

$$\beta_x = \frac{m\pi}{a}$$

of resonantievoorwaarde

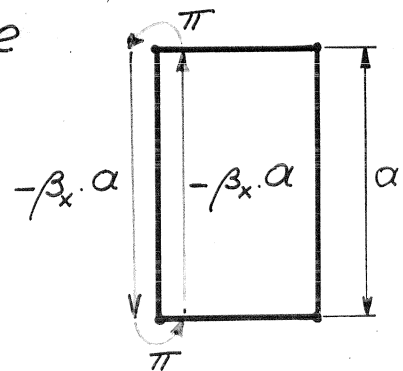
$$e^{-j\beta_x a} \cdot e^{j\pi} \cdot e^{-j\beta_x a} \cdot e^{j\pi} =$$

$$e^{-j2\pi(m-1)}$$

$$m=1,2,3,\dots$$

$$-2\beta_x a + 2\pi = -2\pi(m-1)$$

$$\beta_x = \frac{m\pi}{a}$$



6.3.- TE-modes.

We vertrekken van het totale veld dat we vonden bij de schuine inval van een uniforme vlakke golf op een perfect geleidend vlak waarbij we de amplitude noteren als een algemene complexe constante C_1 . Dit veld is een TE-golf die propageert in de horizontale z -richting; we zullen dit de TE-modes noemen. Een mode betekent een wijze van golfpropagatie.

De faseconstanten β en β_x zijn bepaald door de projecties van de vector β_2 , respectievelijk op de z -richting en op de x -richting.

Ter hoogte $x=a$ geldt de randvoorwaarde opgelegd door het perfect geleidend vlak: het tangentieel elektrisch veld gelijk aan nul legt een voorwaarde op aan β_x .

Veronderstel even dat de configuratie gegeven is en de frequentie, dan kunnen we respectievelijk β_2 , β_x , $\cos \theta$, $\sin \theta$ en β bepalen door eenvoudige berekeningen.

Omgekeerd, veronderstel de schuin invallende uniforme vlakke golf gegeven, dan kunnen we gemakkelijk a bepalen zodat er propagatie optreedt.

TE-modes (2)

6.4.

$$\vec{E} = \vec{i}_y \cdot C_1 \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cdot e^{-j\beta z}$$

$$\beta = \left[\omega^2 \mu_2 \epsilon_2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\vec{H} = \frac{-\vec{\nabla} \times \vec{E}}{j\omega\mu} \Rightarrow H_z = \frac{-1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{-C_1 m\pi}{j\omega\mu a} \cos\frac{m\pi}{a} x \cdot e^{-j\beta z}$$

$$H_x = \frac{-\beta}{\omega\mu} E_y = \frac{-\beta C_1}{\omega\mu} \sin\frac{m\pi}{a} x \cdot e^{-j\beta z}$$

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}^*}{2} \Rightarrow S_z = \frac{-E_y H_x^*}{2} = \frac{C_1 C_1^* \beta}{2\omega\mu} \sin^2 \frac{m\pi}{a} x$$

$$S_x = \frac{E_y H_z^*}{2} = \frac{j C_1 C_1^*}{2\omega\mu} \frac{m\pi}{a} \sin\frac{m\pi}{a} x \cos\frac{m\pi}{a} x$$

6.4.- TE-modes (2).

We berekenen alle veldcomponenten van de TE-modes en vinden een H_z en een H_x componente.

De TE-modes zijn dus duidelijk niet-uniforme vlakke golven met een sinusoidaal verloop van de amplitude in de verticale richting: je kan het beschouwen als een staande-golfpatroon ontstaan uit de invallende en de gereflecteerde golf van de schuine inval.

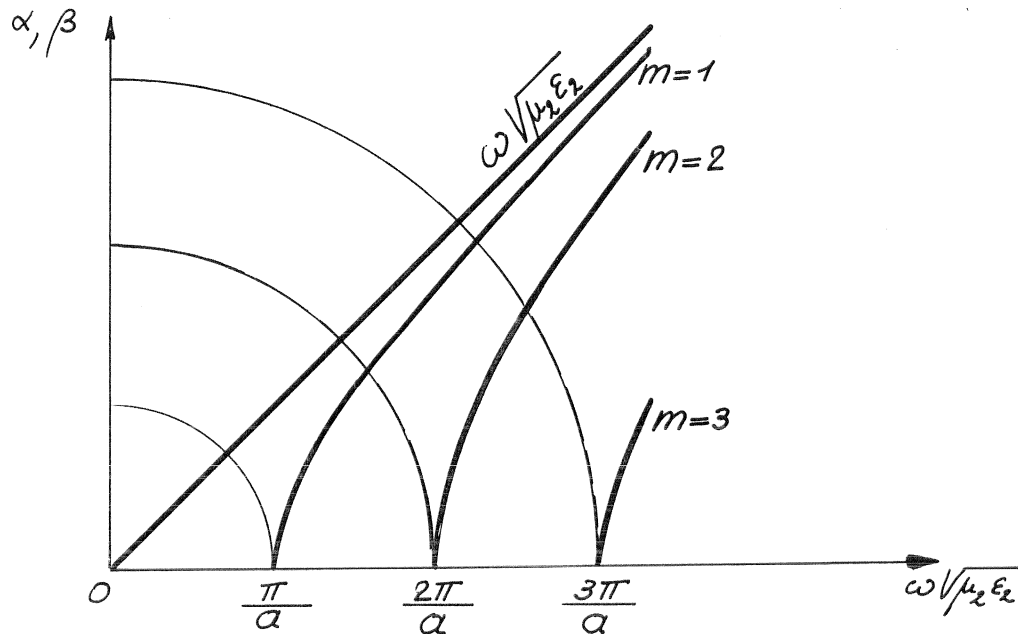
De parameter m die de mode kenmerkt, bepaalt het aantal staande golven.

De Poynting-vector heeft twee componenten. De componente in de z -richting is reëel, wat betekent dat er een reële vermogendichtheid wordt overgedragen met de propagatie in de z -richting. De componente in de x -richting is imaginair, hetgeen wijst op reactieve energie die via het elektromagnetisch veld wordt uitgewisseld.

Dispersiediagram

6.5.

$$\beta = \left(\omega^2 \mu_2 \epsilon_2 - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right)^{1/2} \quad \alpha = \left(\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \omega^2 \mu_2 \epsilon_2 \right)^{1/2}$$



6.5.- Dispersiediagram.

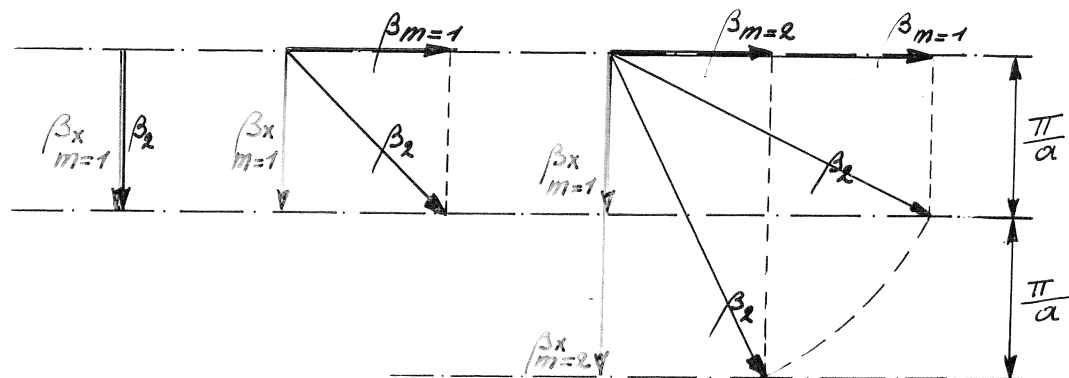
Het dispersiediagram is een grafische weergave van de faseconstante β in functie van de frequentie. Als variabele op de abscis-as kiezen we meestal $\omega(\mu_2\epsilon_2)^{1/2}$. Door deze normalisatie wordt de dispersiecurve voor een TEM-mode met $\beta = \omega(\mu_2\epsilon_2)^{1/2}$ voorgesteld door een rechte onder 45° .

De TE-modes propageren als de frequentie groter is dan de afsnijfrequentie. Deze propagatie is dispersief, dit betekent dat de fasesnelheid afhankelijk is van de frequentie. De dispersie wordt hier veroorzaakt door de aard van de propagatie, nl. de opeenvolgende reflecties tegen het reflecterend onder- en bovenvlak. Afhankelijk van de frequentie gebeurt de reflectie onder een andere hoek waardoor het dispersieve karakter ontstaat.

Als de frequentie kleiner is dan de afsnijfrequentie is propagatie van die mode niet mogelijk; de propagatieconstante γ wordt zuiver reëel en herleidt zich tot een verzwakkingsconstante α . De grafische voorstelling van α in functie van de frequentie is een kwart van een cirkel. De verzwakkingsconstante duidt hier niet op dissipatie: die is hier fysisch niet mogelijk, er zijn geen verliezen.

Ze duidt hier op een exponentieel afnemend reactief veld dat ter plaatse oscilleert en niet propageert.

Invloed van de frequentie 6.6.



6.6.- Invloed van de frequentie.

De afhankelijkheid van de frequentie kan visueel goed worden weergegeven door de vectoren β_z , β_x en β te tekenen bij verschillende frequenties.

Bij de afsnijfrequentie is $\beta_x = \beta_z$ en is $\beta = 0$.

Tussen de afsnijfrequentie van de eerste en de tweede mode kan er slechts 1 driehoek van β -vectoren getekend worden: enkel de TE_1 -mode propageert.

Tussen de afsnijfrequentie van de tweede en de derde mode kan een driehoek getekend worden voor de TE_1 -mode en voor de TE_2 -mode.

Afsnijfrequentie

6.7.

$$\beta = 0 \quad \text{als} \quad \omega^2 / \mu_2 \epsilon_2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2$$
$$\lambda_{c,m} = \frac{2a}{m}$$
$$f_{c,m} = \frac{c_2}{\lambda_{c,m}} = \frac{mc_2}{2a}$$

$f > f_c$: propagatie

$f < f_c$: oscillerend veld

6.7- Afsnijfrequentie.

We bepalen de afsnijfrequentie van een willekeurige TE_m -mode door de voorwaarde op te leggen $\beta=0$.

De waarde van de afsnijfrequentie is bepaald door de modeparameter m , die het aantal staande golven bepaalt in de x -richting, en door de afstand a tussen de geleidende oppervlakken.

Elke mode heeft dus haar eigen afsnijfrequentie en er zijn geen TE-modes die propageren vanaf frequentie $f=0$.

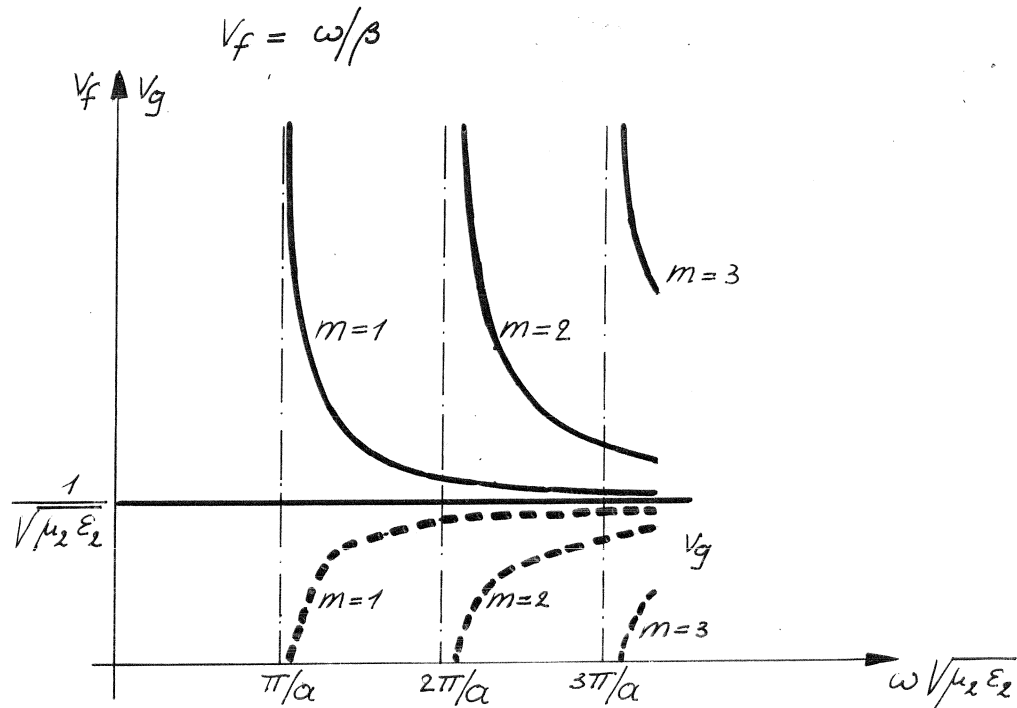
Als de frequentie kleiner is dan de afsnijfrequentie wordt er wel een reactief veld opgewekt, maar dit veld oscilleert ter plaatse, het is geen propagerende golf. Dit oscillerend veld bevat reactieve energie. Gezien vanuit de antenne die propagerende modes probeert op te wekken in de configuratie die wij hier bestuderen, vertaalt een dergelijk reactief veld zich in een imaginair deel van de ingangsimpedantie.

Voor telecommunicatiedoeleinden zullen we proberen enkel-mode propagatie (single mode propagation) te bekomen: voor een gegeven configuratie wordt de draaggolffrequentie gekozen tussen de afsnijfrequentie van de eerste en de tweede mode. De TE_1 -mode propageert, alle hogere orde modes vanaf $m=2$ kunnen niet propageren.

We zullen echter zien dat bij TM-modes, ook de mode $m=0$ bestaat die propageert vanaf frequentie nul: er zal dus enkel-mode propagatie zijn vanaf frequentie nul tot aan de afsnijfrequentie van de mode $m=1$.

Fasesnelheid

6.8.



6.8.- Fasesnelheid.

De fasesnelheid is bepaald door de verhouding tussen ω (de pulsatie in radialen per s) en β (de faseconstante in radialen per m). Deze grootheid stellen we grafisch voor in functie van de frequentie, waarbij we de abscis-as normaliseren op dezelfde manier als in het dispersiediagramma.

De fasesnelheid gaat naar oneindig bij de afsnijfrequentie en evolueert naar de lichtsnelheid in het medium 2 voor grote frequenties. De fasesnelheid betekent niets meer dan de snelheid waarmee vlakken van constante fase zich bewegen; het is dus geen probleem dat deze snelheid groter is dan de lichtsnelheid, dit is niet in strijd met de relativiteitstheorie.

Uit de figuur blijkt duidelijk dat de fasesnelheid niet constant is, hetgeen opnieuw bevestigt dat de propagatie dispersief is.

Groepsnelheid

6.9.

superpositie 2 golven klein frequentieverschil

$$\vec{E}_{1y}(x, z, t) = \vec{E}_{1y}(x) \cos(\omega t - \beta z)$$

$$\vec{E}_{2y} = \vec{E}_{2y}(x) \cos((\omega + \Delta\omega)t - (\beta + \Delta\beta)z)$$

$$\Delta\omega \ll \omega \quad \Delta\beta \ll \beta$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

$$E_1(z, t) + E_2(z, t) = 2 \cos\left[\frac{\Delta\omega t - \Delta\beta z}{2}\right] \cos\left[(\omega + \frac{\Delta\omega}{2})t - (\beta + \frac{\Delta\beta}{2})z\right]$$

omhullende

$$\text{beweegt met snelheid } v_g = \frac{dz}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta}$$

$$\begin{aligned} \text{groepsnelheid } v_g &= \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{1}{\frac{d\beta}{d\omega}} = \frac{(\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - (m\pi/a)^2)^{1/2}}{\omega \mu_0 \epsilon_0} \\ &= \frac{c_2}{v_f} \end{aligned}$$

6.9.- Groepsnelheid.

Om na te gaan met welke snelheid de informatie zich voortplant beschouwen we de superpositie van 2 golven met een klein frequentieverschil. Dit frequentieverschil uit zich zowel in de pulsatie ω als in de fase β .

De superpositie van deze twee golven laat zien dat de omhullende van de amplitude zich voortplant met een snelheid die niet gelijk is aan de fasesnelheid, maar wel aan de groepsnelheid die we hier definiëren.

De informatie die deze superpositie van 2 golven met zich meedraagt zit vervat in de omhullende en plant zich dus voort met de groepsnelheid.

In het geval van de tweeplatengolfgeleider is de groepsnelheid kleiner dan de lichtsnelheid en is het gestelde probleem opgelost.

TM-modes

6.10.

$$\vec{H} = \vec{I}_y \cdot C_1 \cdot \cos \beta_x x \cdot e^{-j\beta z}$$

$$\beta = \beta_2 \cdot \sin \theta$$

$$\beta_x = \beta_2 \cdot \cos \theta$$

$$\beta_2 = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{\nabla} \times \vec{H}}{j\omega\epsilon} \Rightarrow E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{-\beta_x}{j\omega\epsilon} \cdot C_1 \cdot \sin \beta_x x \cdot e^{-j\beta z}$$

$$E_x = \frac{-1}{j\omega\epsilon} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\beta}{\omega\epsilon} \cdot C_1 \cdot \cos \beta_x x \cdot e^{-j\beta z}$$

$$x = a \Rightarrow E_z = 0 \Rightarrow \sin \beta_x a = 0 \Rightarrow \beta_x = \frac{m\pi}{a}$$

$$\text{of resonantievoorwaarde} \rightarrow \beta_x = \frac{m\pi}{a}$$

$$m = 1, 2, 3$$

6.10.- TM-modes.

We ontwikkelen op een gelijkaardige manier een oneindige set oplossingen van het type TM-golf. We vertrekken terug van het totale veld dat we bekomen bij de schuine inval van een uniforme, vlakke golf op een perfect elektrisch geleidend vlak. In dit geval is echter het magnetisch veld van de invallende uniforme, vlakke golf evenwijdig met het perfect geleidend vlak georiënteerd. Het magnetisch veld van het totale veld is eveneens volgens y gericht en verloopt volgens een cosinusfunctie in de x-richting, de amplitude noteren we als de complexe constante C_1 .

Het verband tussen β , β_x en β_2 is hetzelfde als bij de TE-modes.

We bepalen de componenten van het elektrisch veld.

Het totale veld is duidelijk een transversale magnetische golf (TM-mode) die propageert in de +z-richting met een faseconstante β .

We passen ter hoogte $x=a$ de randvoorwaarde toe opgelegd door de aanwezigheid van het perfect geleidend medium: tangentieel elektrisch veld gelijk aan nul. We passen deze voorwaarde dus toe op de z-componente van het elektrisch veld. We vinden terug dezelfde waarde voor β_x maar waarbij de parameter m loopt vanaf de waarde $m=0$. Deze waarde levert een bijzondere oplossing, nl. de TEM-mode die we zo dadelijk zullen bespreken.

TM-modes (2)

6.11.

Poynting-vector

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}^*}{2} \Rightarrow S_z = \frac{E_x \cdot H_y^*}{2} = \frac{\beta}{2\omega\epsilon} \cdot C_1 \cdot C_1^* \cdot (\cos\beta_x x)^2$$

$$S_x = \frac{E_z \cdot H_x^*}{2} = \frac{-\beta_x}{j2\omega\epsilon} \cdot C_1 \cdot C_1^* \cdot \sin\beta_x x \cdot \cos\beta_x x$$

S_z : reëel

S_x : imaginair

6.11.- TM-modes (2)

We berekenen de componenten van de Poynting-vector. De z-componente is zuiver reëel, hetgeen wijst op reële vermogenoverdracht in de positieve z-richting. De transversale componente in de x-richting is zuiver imaginair, hetgeen wijst op reactieve energiewisseling.

De TM-modes met m groter of gelijk aan 1, hebben dezelfde propagatie-eigenschappen als de overeenstemmende TE-modes:

- zelfde β , β_x en β_z waarden,
- zelfde afsnijfrequentie,
- zelfde dispersieve gedrag,
- zelfde fasesnelheid.

TEM-mode

6.12.

TM-modes : $\beta_x = 0 \Rightarrow$ oplossing

$$\vec{H} = \vec{t}_y \cdot C_1 \cdot e^{-j\beta_z z}$$

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{t}_x \cdot C_1 \cdot \frac{\beta_z}{\omega \epsilon} \cdot e^{-j\beta_z z} \\ &= \vec{t}_x \cdot C_1 \cdot \eta_2 \cdot e^{-j\beta_z z}\end{aligned}$$

$$\beta_x = 0$$

$$\beta = \beta_z = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2}$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}$$

$$\vec{S} = \vec{t}_z \cdot \eta_2 \cdot C_1 \cdot C_1^*$$

geen dispersie
geen afsnijfrequentie

6.12.- TEM-mode.

Als we in de oplossing van de TM-modes de parameter $m=0$ stellen, dan blijkt dat zowel het elektrisch als het magnetisch veld zuiver transversaal zijn; dus een T.E.M.-mode.

De faseconstante wordt gelijk aan de faseconstante van een uniforme vlakke golf in medium 2.

De intrinsieke impedantie van deze golf is zuiver reëel en enkel afhankelijk van de eigenschappen van het medium in de middelste laag.

We besluiten hieruit:

- de TEM-mode heeft geen afsnijfrequentie, er is propagatie mogelijk voor alle frequenties
- de propagatie is niet dispersief, de fasesnelheid is voor alle frequenties dezelfde en is uitsluitend bepaald door de eigenschappen van het middelste medium waarin de golf zich voortplant
- de intrinsieke impedantie is identiek met de intrinsieke impedantie van een uniforme, vlakke golf in hetzelfde medium.

Samengevat: de eigenschappen van deze TEM-mode zijn dezelfde als van een uniforme, vlakke golf in hetzelfde medium 2, de twee geleidende lagen hebben geen invloed, ze bakenen alleen de zone af waarin de golf zich kan voortplanten.

Effect werkelijke media 6.13.

TEM-mode : $H_y = |C_1| \cdot e^{-j\beta_2 z}$

$$E_x = \eta_2 |C_1| e^{-j\beta_2 z} \quad \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}$$

vermogendichtheid $\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* = \frac{\eta_2 |C_1|^2}{2} \hat{z}$

vermogen door oppervlak $a \times b$:

$$P_{av} = \frac{\eta_2 |C_1|^2 ab}{2}$$

verliezen :

medium 1 $\rightarrow \frac{\sigma_1}{\omega \epsilon_1} \gg 1 \rightarrow$ geleiderverliezen

2 $\rightarrow \frac{\sigma_2}{\omega \epsilon_2} \ll 1 \rightarrow$ diëlectrische verliezen

3 $\rightarrow \frac{\sigma_3}{\omega \epsilon_3} \gg 1 \rightarrow$ geleiderverliezen

6.13.- Uitbreiding 1: Effect van werkelijke media.

We hebben de basisconfiguratie geïdealiseerd in transparant 6.3 door voor de 2 buitenste lagen elektrisch perfect geleidende media te kiezen en voor de middelste laag een verliesvrij diëlectricum.

In deze uitbreiding bepalen we het effect van de eindige geleidbaarheid van 2 buitenste lagen en van de geringe verliezen in de middelste laag. We voeren dit enkel uit voor de TEM-mode.

We berekenen de vermogendichtheid per eenheid oppervlakte die de TEM-mode met zich meedraagt en ook het vermogen doorheen een dwarsdoorsnede met hoogte a en breedte b .

In de 2 buitenste lagen treden geleiderverliezen op, we veronderstellen een grote verliestangens. In de middelste laag treden diëlectrische verliezen op, we veronderstellen een kleine verliestangens.

Voor de diëlectrische laag in het midden volstaat het te bedenken dat de veldverdeling en de propagatie-eigenschappen van de TEM-mode dezelfde zijn als bij een uniforme, vlakke golf. De verzwakkingsconstante zal eveneens dezelfde zijn als het medium verliezen heeft. Bijgevolg kunnen we de demping veroorzaakt door de geringe verliezen in de middenste laag eenvoudig berekenen.

We zullen hier het probleem van de geleiderverliezen nader bekijken.

Geleiderverliezen (1)

6.14.

medium 1 : verzwakkingsconstante α_{c1}

$$P_g(z) \approx e^{-2\alpha_{c1}z} = \text{gemiddeld vermogen}$$

$$-\frac{\partial P_g}{\partial z} = 2\alpha_{c1}P_g = \text{gemiddeld vermogenverlies per eenheid lengte} = P_{v1}$$

$$\alpha_{c1} = \frac{P_{v1}}{2P_g}$$

$$P_{v1} = \int_0^1 \int_0^b \frac{1}{2} |J_{s1}|^2 R_{s1} dy dz$$

$$\vec{J}_{s1} = \vec{n}_1 \times \vec{H}_y = -\vec{t}_x \times C_1 e^{-j\beta_2 z} \vec{t}_y = -\vec{t}_z C_1 e^{-j\beta_2 z}$$

$$|J_{s1}| = C_1$$

6.14.- Uitbreiding 1: Geleiderverliezen (1).

We ontleden het effect van de onderste laag (medium 1) en we bepalen de verzwakkingsconstante tengevolge van dit effect. We veronderstellen dat het gemiddeld vermogen dat zich in de TEM-mode doorheen een dwarsdoorsnede ab voortplant exponentieel afneemt door het effect van de eindige geleidbaarheid van medium 1. We berekenen het gemiddeld vermogenverlies per eenheid lengte ten gevolge van medium 1.

We doen dit op een benaderende manier: we vervangen laag 1 door een laag met dikte δ en berekenen het vermogenverlies in de weerstand van deze laag (de zg. oppervlakteweerstand). Als stroomdichtheid gebruiken we de waarde van de oppervlaktestroomdichtheid van de TEM-mode op het perfect geleidend oppervlak.

Geleiderverliezen (2)

6.15.

intrinsieke impedantie goede geleider

$$\eta_c \approx \left(\frac{\mu \omega}{\sigma} \right)^{1/2} e^{j45^\circ} = \sqrt{\frac{\mu \omega}{2\sigma}} (1+j) = \frac{1}{\sigma \delta} (1+j)$$

$$= R_s + jX_s$$

R_s = oppervlakteweerstand

= weerstand laag : $l = b = 1 \text{ m}$

dikte = δ

geleidbaarheid σ

$$R_{s1} = \sqrt{\frac{\mu_1 \omega}{2\sigma_1}} = \frac{1}{\sigma_1 \delta_1}$$

6.15.- Uitbreiding 1: Geleiderverliezen (2).

We herinneren ons de uitdrukking van de intrinsieke impedantie van een medium met een grote verliestangens. We beschouwen hiervan het reëel deel als de oppervlakteweerstand van het medium.

Het is de weerstand van een laag met dikte δ , breedte 1m, lengte 1m en geleidbaarheid σ .

Geleiderverliezen (3)

6.16.

$$P_{V_1} = \int_0^1 \int_0^b \frac{1}{2} |I_{s_1}|^2 R_{s_1} dy dz = \frac{|C_1|^2}{2} R_{s_1} b$$

$$P_{V_3} = \frac{|C_1|^2}{2} R_{s_3} b$$

$$P_g = \frac{\eta_2 |C_1|^2 ab}{2}$$

$$\alpha_c = \alpha_{c_1} + \alpha_{c_3} = \frac{|C_1|^2 R_{s_1} b + |C_1|^2 R_{s_3} b}{2 \eta_2 |C_1|^2 ab}$$

$$= \frac{1}{2 \eta_2 a} \sqrt{\omega} \left(\sqrt{\frac{\mu_1}{2 \sigma_1}} + \sqrt{\frac{\mu_3}{2 \sigma_3}} \right)$$

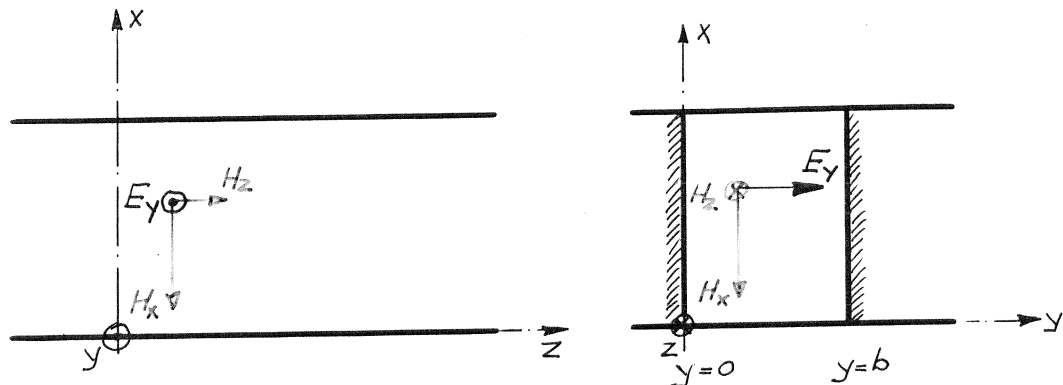
6.16.- Uitbreiding 1: Geleiderverliezen (3).

We berekenen het vermogenverlies veroorzaakt door de eindige geleidbaarheid van medium 1 zoals hierboven uitgelegd. Op dezelfde manier voor het vermogenverlies tengevolge van de eindige geleidbaarheid van medium 3.

Uit de som van beide volgt de globale verzwakkingsconstante door geleidingsverliezen in medium 1 en 3.

Rechthoekige golfgeleiders

6.17.



$TE_{m,0}$ -modes :

voldoen aan randvoorwaarden
 $y=0$ en $y=b$

6.17.- Uitbreiding 2: Rechthoekige golfgeleiders.

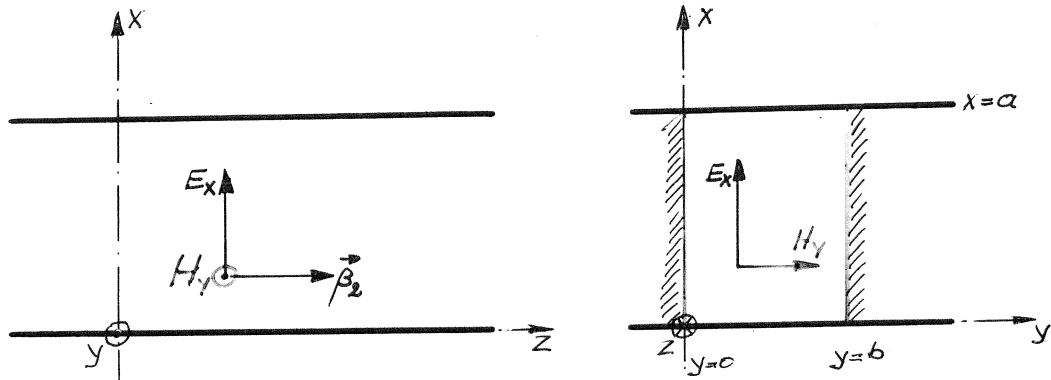
Veronderstel dat we de dwarsdoorsnede beperken tot een rechthoek met afmetingen a, b door het toevoegen van 2 verticale elektrisch perfect geleidende wanden op de plaats $y=0$ en $y=b$.

De veldverdeling van de TE_m -modes blijft aan de randvoorwaarden voldoen: het elektrisch veld staat loodrecht op de verticale wanden, dus tangentieel elektrisch veld is er nul. We noemen dit de $TE_{m,0}$ -modes die kunnen propageren in een rechthoekige golfgeleider.

Een verdere uitbreiding naar $TE_{m,n}$ en $TM_{m,n}$ -modes is mogelijk. We verwijzen hiervoor naar ref [INAN], paragraaf 5.1 blz. 331-348.

Perfect magnetisch geleidende wanden

6.18.



*TEM-mode propageert
in rechthoekige doorsnede a, b .*

6.18.- Uitbreiding 3: Perfect magnetisch geleidende wanden.

Een perfect magnetisch geleidende wand is een fictief begrip dat we gebruiken om een wand te definiëren waarop het tangenteel magnetisch veld moet nul zijn.

Veronderstel dat we de dwarsdoorsnede beperken tot een rechthoek met afmetingen a, b door twee verticale perfect magnetisch geleidende wanden op de plaats $y=0$ en $y=b$.

We zouden kunnen onderzoeken welke modes door deze golfgeleider kunnen propageren door na te gaan voor welke modes het tangenteel magnetisch veld gelijk is aan nul op de verticale wanden.

We beperken ons tot de TEM-mode en stellen vast dat de veldverdeling aan de bijkomende randvoorwaarden voldoet en dus kan propageren.

We zullen deze configuratie gebruiken om de propagatie te bestuderen van de fundamentele mode in een microstriplijn (zie toepassing 2).

Probleem 1

6.19.

Wereldwijde ELF-communicatie

propagatie bij extreem lage frequenties

$$f \leq 3 \text{ kHz}$$

medium 1 = aarde $\mu_1 = \mu_0$, $\epsilon_1 = 3\epsilon_0$, $\sigma_1 = 10^{-4} \text{ S/m}$

medium 2 = lucht $\mu_2 = \mu_0$, $\epsilon_2 = \epsilon_0$, $\sigma_2 = 0$

medium 3 = ionosfeer $\mu_3 = \mu_0$, $\epsilon_3 = \epsilon_0$, $\sigma_3 = 10^{-5} \text{ S/m}$

hoogte ionosfeer $a = 80 \text{ km}$

propagatie-eigenschappen?

6.19.- Toepassing 1: Wereldwijde ELF (=Extreme Low Frequency)-communicatie.

Van bij het ontstaan van draadloze communicatie was er een zoektocht naar wereldwijde communicatie. De oorspronkelijke problematiek: "welke frequenties zijn het meest geschikt om grote afstanden te overbruggen" is ondertussen achterhaald. We bouwen satellietssystemen en leggen transatlantische glasvezelverbindingen.

In de originele zoektocht werd ontdekt dat extreem lage frequenties erg geschikt zijn om zeer grote afstanden op de aarde te overbruggen. We onderzoeken hier de reden van deze conclusie met een drielaagenconfiguratie bestaande uit aarde, lucht en de ionosfeer. Uiteraard hebben we in de werkelijkheid een bolvormige structuur maar we wensen hier niet te verzeilen in Hankelfuncties, we zijn enkel geïnteresseerd in de eigenschappen van de elektromagnetische golfpropagatie die we ook kunnen afleiden uit een vlakke drielaagenconfiguratie.

Bij extreem lage frequenties kan de ionosfeer beschouwd worden als een geleidende laag die begint op een hoogte van 80 km. We gebruiken deze waarde als afstand tussen de 2 perfect geleidende oppervlakken die respectievelijk de aarde en de ionosfeer voorstellen.

We zoeken de karakteristieke grootheden van de TEM-mode en van de hogere orde TE en TM-modes. De afsnijfrequentie van de eerste hogere orde mode bedraagt 1.875 Hz voor de gegeven afstand $a=80 \text{ km}$. De afsnijfrequenties van de andere hogere orde modes zijn veelvoudig daarvan.

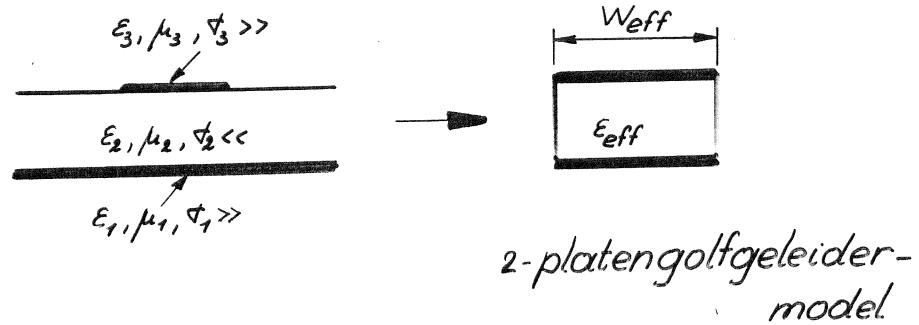
Teken het dispersiediagram van de fundamentele mode en de eerste 6 hogere orde modes.

We berekenen de demping ten gevolge van geleiderverliezen in de aarde en in de ionosfeer voor de TEM-mode. De globale demping bedraagt 0,434 Np/km of minder dan 2 dB/1000 km bij een frequentie van 1 kHz. Uiteraard biedt deze draaggolffrequentie geen noemenswaardige bandbreedte, maar is wel interessant voor tijds melding- en navigatiesystemen.

Probleem 2

6.20.

Microstriplijnen



propagatiekarakteristieken 2-platen -
golfgeleidermodel ?

6.20.- Toepassing 2: Microstriplijnen.

We hebben bij transmissielijnen reeds de microstriplijn geïntroduceerd als het typische voorbeeld van een planaire structuur. We hebben er een equivalente structuur voorgesteld bestaande uit een perfect elektrisch geleidende boven- en onderlaag en perfect magnetisch geleidende zijwanden.

We hebben gezien dat de TEM-mode in een dergelijke configuratie kan propageren. De veldverdeling stemt overeen met de veldverdeling die hoort bij de spannings-stroomgolf uit het netwerkmodel voor deze transmissielijn.

Les 7.- Diëlectrische golfgeleiders

7.1.

- . drielagenstructuur
- . TE-modes
- . TM-modes

Les 7.- Diëlectrische golfgeleiders

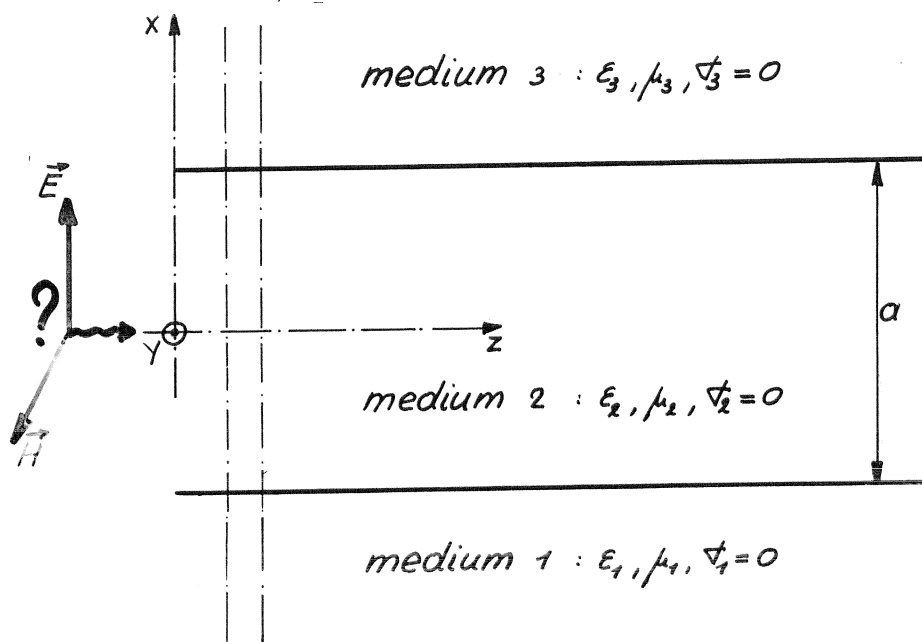
7.1.- Diëlectrische golfgeleiders.

Elektromagnetische golven kunnen ook geleid worden door diëlectrica, zonder dat er enige geleider aanwezig is; dit zijn diëlectrische golfgeleiders. In telecommunicatie vindt dit concept een belangrijke toepassing in glasvezelcommunicatie.

We bestuderen een basisconfiguratie bestaande uit 3 diëlectrische lagen zonder verliezen. Als mogelijke oplossingen vinden we een oneindige set TE en een oneindige set TM-modes. De fundamentele mode propageert voor alle frequenties, maar het is geen TEM-mode. De hogere orde modes vertonen het afsnijfenomeen en propageren slechts voort boven een zekere afsnijfrequentie. Alle modes zijn dispersief: de dispersiecurve vertrekt raaklijng aan een asymptoot die overeenstemt met de propagatie van een uniforme vlakke golf in de buitenste lagen en evolueert bij hogere frequenties naar een asymptoot die overeenstemt met de propagatie van een uniforme vlakke golf in de middelste laag.

Elektromagnetisch model

7.2.



7.2.- Basisconfiguratie: elektromagnetisch model.

We gebruiken terug een drielagenstructuur, maar nu bestaande uit 3 verliesvrije diëlectrica. De middelste laag heeft een dikte a en de parameters van de lagen zijn zo gekozen dat er kritische reflectie optreedt aan elk van de twee scheidingsvlakken. We bestuderen de elektromagnetische propagatie in de langsrichting (z-richting) doorheen deze lagenstructuur.

De drielagenstructuur is oneindig uitgestrekt in de y-richting, wat ons toelaat te veronderstellen dat er geen afhankelijkheid is van de veldcomponenten ten opzichte van de y-coördinaat.

TE-modes

7.3.

$$\vec{E}_i = E_{i0} \vec{e}_y \cdot e^{j\beta_x x} \cdot e^{-j\beta z}$$

$$\beta_2 = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} = 2\pi / \lambda_2$$

$$\beta = \beta_2 \cdot \sin \theta$$

$$\beta_x = \beta_2 \cdot \cos \theta$$

$$\beta_1 = \omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1} = 2\pi / \lambda_1$$

$$\alpha_x = (\beta^2 - \beta_1^2)^{1/2}$$

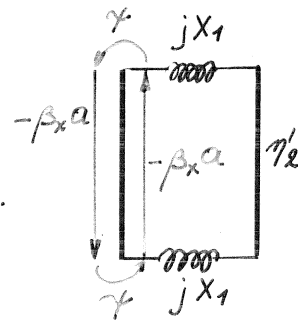
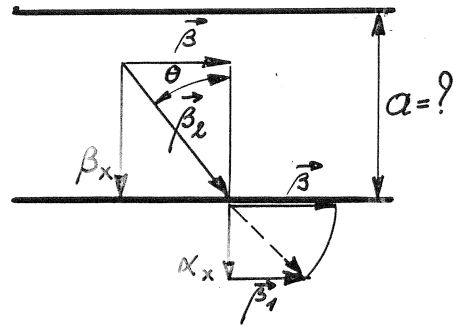
$$X_1 = \frac{\omega \mu_1}{\alpha_x} \quad \eta'_2 = \frac{\eta_2}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}}{\cos \theta}$$

$$\Gamma = \frac{-\eta'_2 + jX_1}{\eta'_2 + jX_1} = 1 \cdot e^{j\gamma}$$

resonantievoorwaarde

$$-2\beta_x \cdot a + 2\gamma = -k \cdot 2\pi \quad k=0,1,2,\dots$$

$$a = \frac{\gamma}{\beta_x} + k \frac{\pi}{\beta_x}$$



7.3.- TE-modes.

We vertrekken terug van de schuine inval van een uniforme, vlakke golf op het scheidingsvlak tussen medium 2 en medium 1. De invallende golf is lineair gepolariseerd met het elektrisch veld evenwijdig aan het scheidingsvlak (y-richting). Het totale veld in medium 2 voldoet aan de randvoorwaarden opgelegd door het scheidingsvlak. We veronderstellen dat de invalshoek gegeven is en groter is dan de kritische hoek. Het veld dat ontstaat in medium 1 heeft het karakter van een niet-uniforme vlakke golf.

We vragen ons af op welke afstand a het tweede scheidingsvlak (tussen medium 2 en medium 3) zich moet bevinden opdat ook daar aan de randvoorwaarden zou voldaan zijn en het globale veld een propagerende mode wordt in de drielagenstructuur.

De grootheden β_2 , β_1 , β , β_x en α_x zijn gemakkelijk te berekenen.

De reflectiecoëfficiënt op het scheidingsvlak heeft een absolute waarde gelijk aan 1 en een fase bepaald door η'_2 en X_1 .

We zoeken de voorwaarde die bepaalt dat er in verticale richting een staande golf ontstaat. We gebruiken een transmissielijnequivalent om deze verticale resonantievoorwaarde uit te drukken. We eisen dat een golf die bovenaan vertrekt naar beneden toe, die reflecteert tegen het onderste scheidingsvlak, die terug naar boven toe beweegt, die reflecteert tegen het bovenste scheidingsvlak, dezelfde fase heeft als een golf die bovenaan pas vertrekt of een verschil in fase heeft dat een veelvoud is van 2π .

Uit deze voorwaarde kan rechtstreeks de vereiste waarde van a gevonden worden.

TE-modes (2)

7.4

α gegeven

$$\alpha_x = (\beta^2 - \beta_1^2)^{1/2} = (\beta_2^2 - \beta_x^2 - \beta_1^2)^{1/2}$$

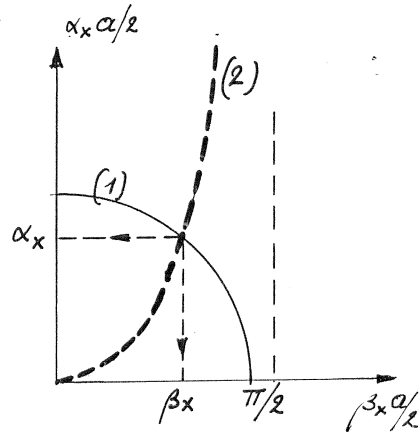
$$\alpha_x^2 + \beta_x^2 = \omega^2 (\mu_2 \epsilon_2 - \mu_1 \epsilon_1) \quad (1)$$

$$\gamma = \beta_x \cdot a$$

$$\gamma = 2 \lg \tg \frac{\eta_2'}{X_1}$$

$$\frac{\eta_2'}{X_1} = \tg \frac{\beta_x a}{2}$$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \frac{\alpha_x a}{2} = \frac{\beta_x a}{2} \cdot \tg \frac{\beta_x a}{2} \quad (2)$$



7.4.- TE-modes (2).

Als de invalshoek niet gegeven is, dan is de oplossing iets moeilijker. Veronderstel de dikte a van de middelste laag en de pulsatie ω gegeven.

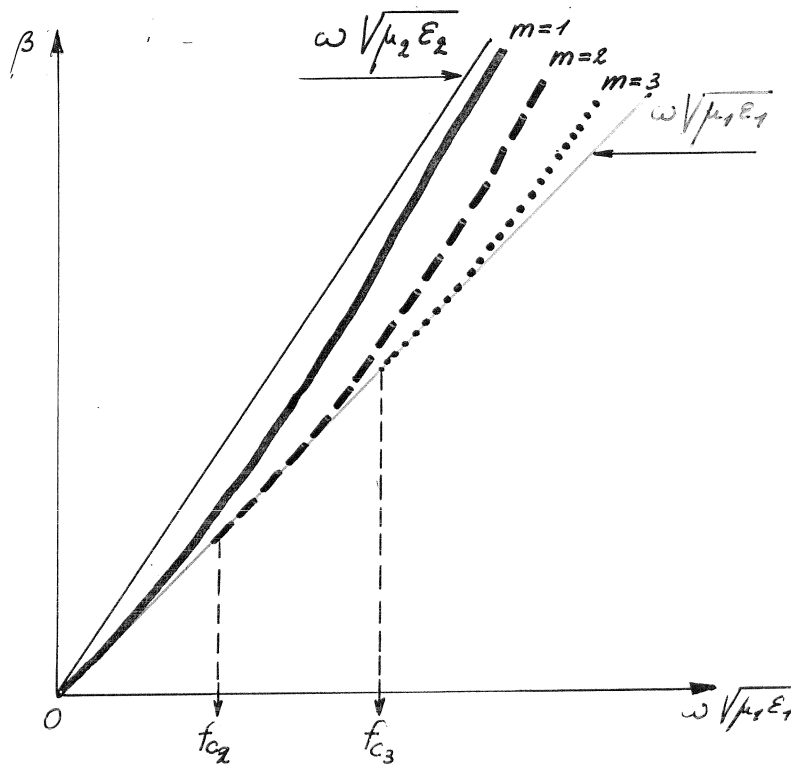
We schrijven vooreerst het verband tussen α_x en β_x zoals het bekomen is uit de eigenschappen van de kritische reflectie op het scheidingsvlak tussen medium 2 en medium 1. Dit is een eerste vergelijking die we zullen gebruiken.

Ten tweede herwerken we de resonantievoorwaarde tot een vergelijking tussen α_x en β_x : dit is de tweede vergelijking.

We lossen dit stelsel hier grafisch op in een $(\alpha_x a/2 ; \beta_x a/2)$ -diagramma. De snijpunten geven de oplossingen weer.

Dispersiediagram

7.5.



7.5.- Dispersiediagram.

De dispersiecurve voor de fundamentele mode in een diëlectrische golfgeleider zonder verliezen vertrekt vanaf frequentie nul, is dispersief en beweegt zich tussen 2 asymptoten. Bij dalende frequenties evolueert de curve naar de asymptoot die overeenstemt met de propagatie van een uniforme, vlakke golf in het medium van de buitenste lagen. Bij toenemende frequenties evolueert de curve naar de asymptoot overeenstemmend met de propagatie van een uniforme, vlakke golf in het medium van de middelste laag. De hogere orde modes vertrekken vanaf een afsnijfrequentie verschillend van nul en evolueren op een manier analoog aan de fundamentele mode: vertrekken raaklijngig aan de onderste asymptoot en evolueren naarmate de frequentie toeneemt naar de bovenste asymptoot.

Afsnijfrequentie

7.6.

$$\beta_z = \omega^2 \mu_z \varepsilon_z - \beta_x^2$$

$$= \omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 + \alpha_x^2$$

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_1 \varepsilon_1} \rightarrow \alpha_x = 0$$

$$\tan \frac{\beta_x \alpha}{z} = 0 \rightarrow \frac{\beta_x \cdot \alpha}{z} = \left(\frac{m-1}{2} \right) \pi$$

$$m = 1, 3, 5$$

$$\beta_x = \frac{(m-1)\pi}{\alpha}$$

$$= \omega_{c,m} (\mu_z \varepsilon_z - \mu_1 \varepsilon_1)^{1/2}$$

$$\omega_{c,m} = \frac{(m-1)\pi}{\alpha (\mu_z \varepsilon_z - \mu_1 \varepsilon_1)^{1/2}} \quad m = 1, 3, 5, \dots$$

7.6.- Afsnijfrequentie.

Zoals vermeld bij de bespreking van het dispersiediagramma begint de fundamentele mode bij frequentie nul, maar hebben de hogere orde modes een afsnijfrequentie verschillend van nul.

Om de afsnijfrequenties te bepalen stellen we de voorwaarde $\alpha_x = 0$ want dit stemt overeen met een schuine inval waarbij de kritische reflectie niet meer optreedt. Uit de bijhorende uitdrukking voor β_x bepalen we de afsnijpulsatie als a gegeven is in functie van het modegetal m.

TM-modes

7.7.

analoog

uitdrukking X_1 verschillend

$$\frac{\alpha_x}{\beta_x} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta_x \cdot a}{2} \quad (2) \text{ oneven TM}$$

$$\alpha_x^2 + \beta_x^2 = \omega^2 (\mu_2 \epsilon_2 - \mu_1 \epsilon_1) \quad (1)$$

$$\frac{\alpha_x}{\beta_x} = - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot \operatorname{cotg} \frac{\beta_x \cdot a}{2} \quad (2') \text{ even TM}$$

$$\omega_{c,m} = \text{idem als TE}$$

7.7.- TM-modes.

We vertrekken terug van de schuine inval van een uniforme, vlakke golf op het scheidingsvlak tussen medium 2 en medium 1; het magnetisch veld is lineair gepolariseerd evenwijdig met het scheidingsvlak (in de y-richting).

Het verband tussen β_2 , β_x , β , β_1 , α_x is bepaald door de kritische reflectie op het scheidingsvlak tussen medium 2 en medium 1 en is onveranderd. De resonantievoorwaarde in de middelste laag is in wezen ook dezelfde maar de uitdrukking voor X_1 is veranderd.

De verdere oplossing gebeurt op dezelfde manier als bij de TE-modes en leidt tot volledig analoge resultaten.

Probleem 1 (1)

7.8.

Glasplaat als diëlectrische golfgeleider

medium 1 = 3 = lucht $\rightarrow \epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon_0$; $\mu_1 = \mu_3 = \mu_0$
 $\nabla_1 = \nabla_3 = 0$

medium 2 = glas $\rightarrow \epsilon_2 = 2,25 \epsilon_0$; $\mu_2 = \mu_0$; $\nabla_2 = 0$
dikte $d = 10 \text{ mm} = 10^{-2} \text{ m}$

$$\frac{\alpha_x}{\beta_x} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \operatorname{tg}\left(\frac{\beta_x d}{2}\right) = \frac{1}{2,25} \operatorname{tg}\left(\frac{\beta_x d}{2}\right)$$

$$\alpha_x^2 + \beta_x^2 = \omega^2 (\mu_2 \epsilon_2 - \mu_1 \epsilon_1) = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 (2,25 - 1) \\ = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 \cdot 1,25$$

$$\text{stel: } \left. \begin{array}{l} x = \frac{\beta_x d}{2} \\ y = \frac{\alpha_x d}{2} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} y = \frac{x}{2,25} \operatorname{tg} x \\ y^2 + x^2 = \left(\frac{\pi d}{\lambda_0}\right)^2 \cdot 1,25 \end{array}$$

7.8.- Probleem 1: Glasplaat als diëlectrische golfgeleider.

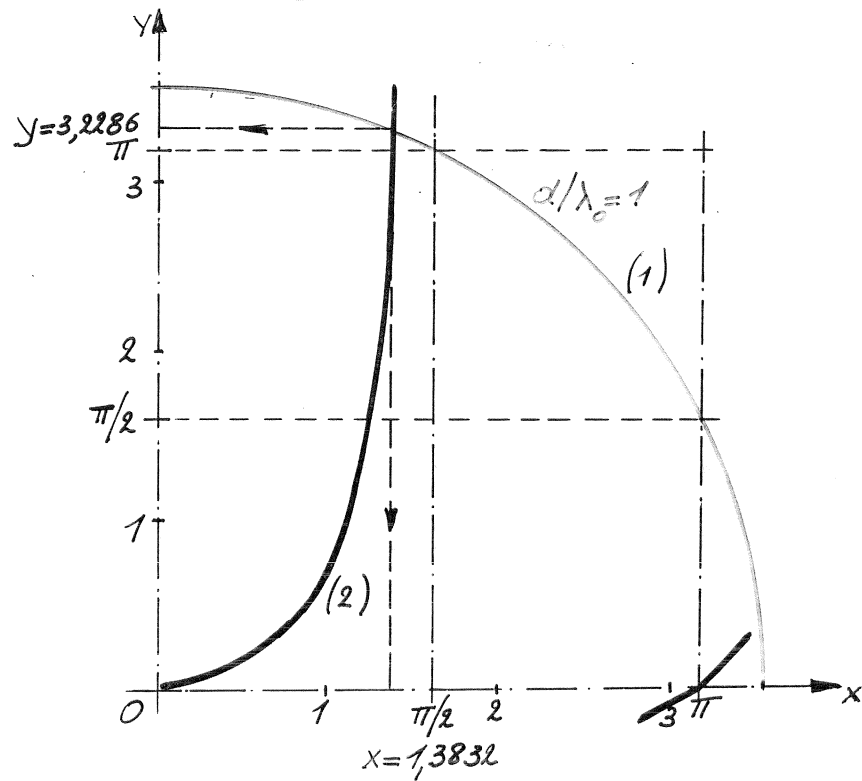
Een eenvoudige glasplaat met b.v. een dikte van 10mm en een brekingsindex gelijk aan 1,5 en omgeven door lucht kan als diëlectrische golfgeleider fungeren. Alle lagen worden verliesvrij verondersteld. De analyse van de propagatiemodes is een rechtstreekse toepassing van hetgeen we in deze les hebben gezien.

Voor de praktijk heeft dit voorbeeld weinig direct belang maar het is een goede voorbereiding op het begrijpen van de golfpropagatie in glasvezels.

We gebruiken onze resultaten b.v. voor de oneven TM-modes. We vereenvoudigen het stelsel van 2 vergelijkingen door enerzijds de numerieke waarden in te vullen en anderzijds de hulpvariabelen x en y in te voeren. We kunnen dit stelsel hetzij numeriek, hetzij grafisch oplossen. We gebruiken de grafische oplossing die we gezien hebben, omdat ze bijdraagt tot het begrijpen van de verschillende modes die gevonden worden.

Glasplaat (2)

7.9.



7.9.- Probleem 1: Glasplaat als diëlectrische golfgeleider (2).

We tekenen enerzijds de eerste vergelijking op basis van de $x.tgx$ functie en anderzijds de voorstelling van de 2^o vergelijking. De tweede vergelijking hangt af van de verhouding dikte glasplaat t.o.v. golflengte. De getekende curve is geldig voor een waarde van deze verhouding gelijk aan 1. De snijpunten leveren de gezochte mode-oplossingen. Voor de eerste mode vinden we als numerieke waarde van het snijpunt op de abscis-as $0,89.\pi/2$.

Probleem 1 (3)

7.10.

$$\text{kies } d/\lambda_0 = 1 \rightarrow x = 0,8806 \cdot \pi/2 = 1,3832$$

$$\lambda_0 = 10^{-2} \text{ m}$$

$$f = 30 \text{ GHz}$$

$$\beta_x = \frac{2x}{d} = \frac{2 \times 1,3832}{10^{-2}} = 276,6 \text{ rad/m}$$

$$y = \frac{x \operatorname{tg} x}{2,25} = 3,23$$

$$\alpha_x = \frac{2y}{d} = \frac{2 \times 3,23}{10^{-2}} = 646 \text{ Np/m}$$

$$\begin{aligned} \beta^2 &= \omega^2 \mu_2 \epsilon_2 - \beta_x^2 = \omega^2 \mu_1 \epsilon_1 + \alpha_x^2 = \frac{(2\pi)^2}{\lambda_0^2} + \alpha_x^2 \\ &= \left(\frac{2\pi}{10^{-2}} \right)^2 + 646^2 \end{aligned}$$

$$\beta = 901,17 \text{ rad/m}$$

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \times 3 \times 10^{10}}{901,17} = 2,092 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

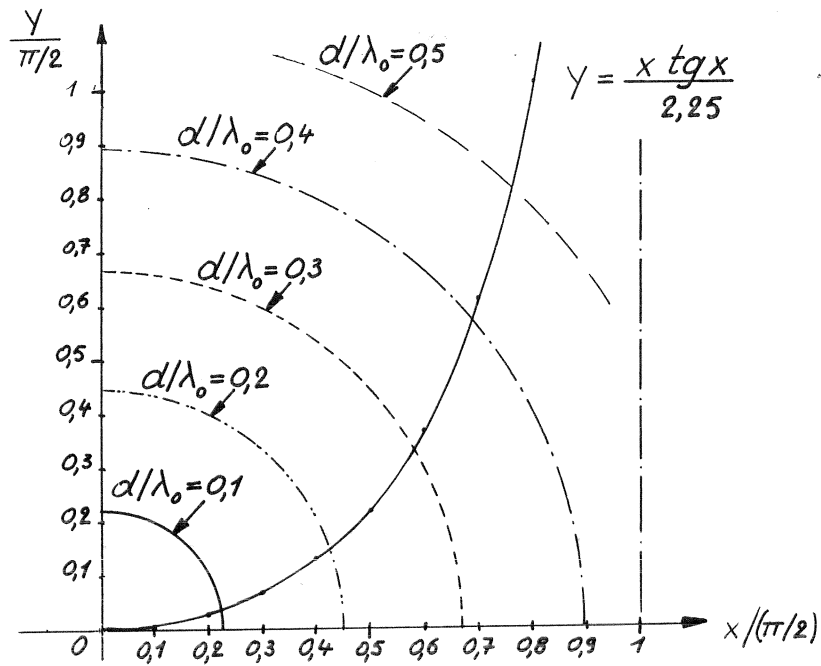
7.10.- Probleem 1: Glasplaat als diëlectrische golfgeleider (3).

We berekenen alle numerieke waarden van de oplossing overeenstemmend met de vorige figuur, dus geldig bij een golflengte van 10mm, wat overeenstemt met een frequentie van 30GHz. We vertrekken van de grafisch afgelezen oplossing voor x.

Uit de berekende waarde van de faseconstante β van de uiteindelijke golfoplossing blijkt dat de waarde al nauw aanleunt bij de faseconstante geldig in de middelste laag (verifieer op het dispersiediagram).

Probleem 1 (4)

7.11.



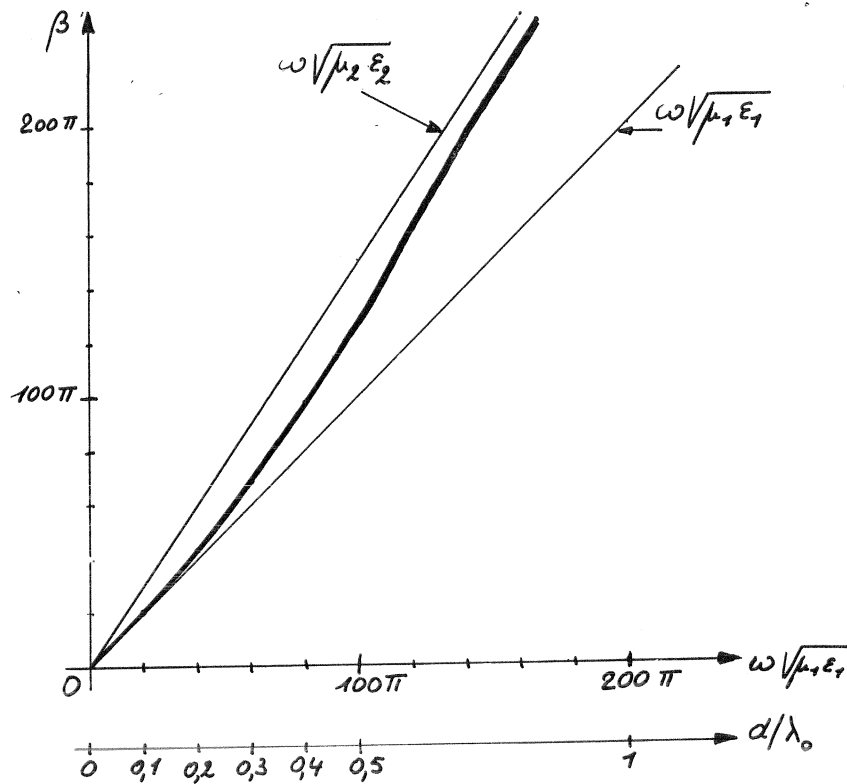
7.11.- Probleem 1: Glasplaat als diëlectrische golfgeleider (4).

Als we de oplossingen willen kennen in functie van de frequentie is het nodig in de grafische voorstelling van de tweede vergelijking de golflengte of m.a.w. de parameter a/λ_0 te variëren.

Als we de assen op dezelfde manier normaliseren blijkt duidelijk dat de 2^o vergelijking een cirkel voorstelt. Naarmate de golflengte groter wordt (t.o.v. de dikte van de glasplaat die we constant houden) en de frequentie dus afneemt verschuift het snijpunt naar kleinere x en y-waarden. Voor de eerste mode blijven we voor alle golflengtes en dus voor alle frequenties een oplossing vinden: de eerste mode heeft geen afsnijfrequentie.

Probleem 1 (5)

7.12.



7.12.- Probleem 1: Glasplaat als diëlectrische golfgeleider (5).

We stellen de gevonden oplossing van de faseconstante β voor in functie van de frequentie. De frequentie op de abscis-as wordt zo genormaliseerd dat ze de faseconstante voorstelt in het 1° medium. We tekenen 2 asymptoten: de faseconstante in het 1° medium (rechte onder 45° door de normalisatie) en de faseconstante in het 2° medium.

De dispersiecurve van de TM_1 -mode begint bij frequentie nul (geen afsnijfrequentie) en vertrekt raaklijng aan de eerste asymptoot en evolueert naarmate de frequentie toeneemt naar de tweede asymptoot.

Probleem 1 (6)

7.13.

afsnijfrequenties oneven TM-modes

$$\omega_{cm} = \frac{(m-1)\pi}{d(\mu_2 \epsilon_2 - \mu_1 \epsilon_1)^{1/2}} = \frac{(m-1)\pi}{d\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{1,25}} \quad m=1,3,5\dots$$

$$m=1 \rightarrow \omega_{c1} = 0$$

$$m=3 \rightarrow \omega_{c3} = \frac{2\pi \times 3 \cdot 10^8}{10^{-2} \times \sqrt{1,25}} = 1,686 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}$$

$$f_{c3} = 2,68 \cdot 10^{10} \text{ Hz} = 26,8 \text{ GHz}$$

$$\lambda_{oc3} = 1,118 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 11,18 \text{ mm in lucht}$$

$$f_{cm} = \frac{m-1}{2d\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{1,25}} \rightarrow \lambda_{ocm} = \frac{2d\sqrt{1,25}}{(m-1)}$$

7.13.- Probleem 1: Glasplaat als diëlectrische golfgeleider (6).

We berekenen de afsnijfrequenties van de oneven TM-modes met de uitdrukking die we hiervoor hebben afgeleid.

Voor de TM₃-mode is de afsnijfgolflengte 11,18mm, iets meer dan de dikte van de glasplaat.

Probleem 2 (1)

7.14.

Geleide golfvoortplanting in de troposfeer

$$\begin{aligned} \text{hoogteduct: } \epsilon_2 &= 1,002 \epsilon_0 & \mu_2 &= \mu_0 & \phi_2 &= 0 \\ \epsilon_1 &= \epsilon_3 = \epsilon_0 & \mu_1 &= \mu_3 = \mu_0 & \phi_1 &= \phi_3 = 0 \\ \text{dikte } d &= 50 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{golfvoortplanting: } f = 3 \text{ GHz} \rightarrow \lambda_0 = 0,1 \text{ m}$$

$$x = \frac{\beta_x d}{2} = 25 \beta_x$$

$$y = \frac{\alpha_x d}{2} = 25 \alpha_x$$

$$y = \frac{x \operatorname{tg} x}{1,002}$$

$$x^2 + y^2 = (1,002 - 1) \left(\frac{\pi \times 50}{0,1} \right)^2 = 500 \pi^2$$

7.14.- Probleem 2: Geleide golfpropagatie in de troposfeer (1).

In telecommunicatiesystemen worden vaak straalverbindingen aangewend: dit zijn draadloze punt-tot-puntverbindingen tussen 2 antennes die zich op voldoende hoogte boven de aarde bevinden. Bij deze verbindingen worden microgolffrequenties gebruikt. De prestaties van een straalverbinding worden in zeer sterke mate bepaald door de eigenschappen van de elektromagnetische golfvoortplanting doorheen de troposfeer (dit zijn de onderste luchtlagen tegen het aardoppervlak). Bij de studie van de propagatie in de troposfeer ontmoeten we een bijzonder verschijnsel, nl. geleide golfvoortplanting of ducting. Het gevolg hiervan is dat de golfpropagatie zich uitstrekt over veel grotere afstanden en met veel minder verzwakking dan verwacht.

We beschouwen hier een hoogteduct: dit betekent dat zich op een zekere hoogte boven het aardoppervlak een luchtlaag ontwikkelt met een relatieve permittiviteit die lichtjes groter is dan in de lucht er boven en er onder en dit over een hoogte (= dikte van de luchtlaag) van b.v. 50m.

We zoeken de oneven TM-modes die kunnen propageren in een dergelijke hoogteduct, we beschouwen als vertrekpunt een frequentie van 3GHz.

We berekenen de hulpvariabelen x en y en tekenen de grafische voorstelling of zoeken numeriek de oplossing.

Probleem 2 (2)

7.15.

oplossing

$$x = 0,493 \pi \approx 0,5 \pi$$

$$y = [500 \pi^2 - (0,493 \pi)^2]^{1/2} = 22,355 \pi$$

$$\beta_x = \frac{x}{25} = \frac{0,493 \pi}{25} = 6,195 \cdot 10^{-2} \text{ rad/m}$$

$$\alpha_x = \frac{y}{25} = \frac{22,355 \pi}{25} = 2,81 \text{ Np/m}$$

$$\beta^2 = \omega^2 \mu_2 \epsilon_2 - \beta_x^2 = 1,002 \times \left(\frac{2\pi}{0,1}\right)^2 - (6,195 \cdot 10^{-2})^2$$
$$\beta = 62,8946 \text{ rad/m}$$

$$H_y = C'_0 \cdot \cos(\beta_x x) e^{-j\beta z} \quad |x| \leq d/2$$

$$|x| = d/2 \rightarrow \cos(\beta_x x) = 0,022$$

$$H_y = C'_0 \cdot 0,022 \cdot e^{-\alpha_x (x-d/2)} e^{-j\beta z} \quad x > d/2$$

7.15.- Probleem 2: Geleide golfpropagatie in de troposfeer (2).

De faseconstante van deze mode heeft bij deze frequentie een waarde die zeer dicht gelegen is bij de faseconstante van het 2° medium.

Je kan de oplossing van dit probleem zelf verder uitwerken.

Zoek de volledige uitdrukking met alle numerieke waarden van alle veldcomponenten.

Schets het verloop van de amplitude in de transversale x-richting.

Zoek de afsnijfrequentie van de hogere orde modes.

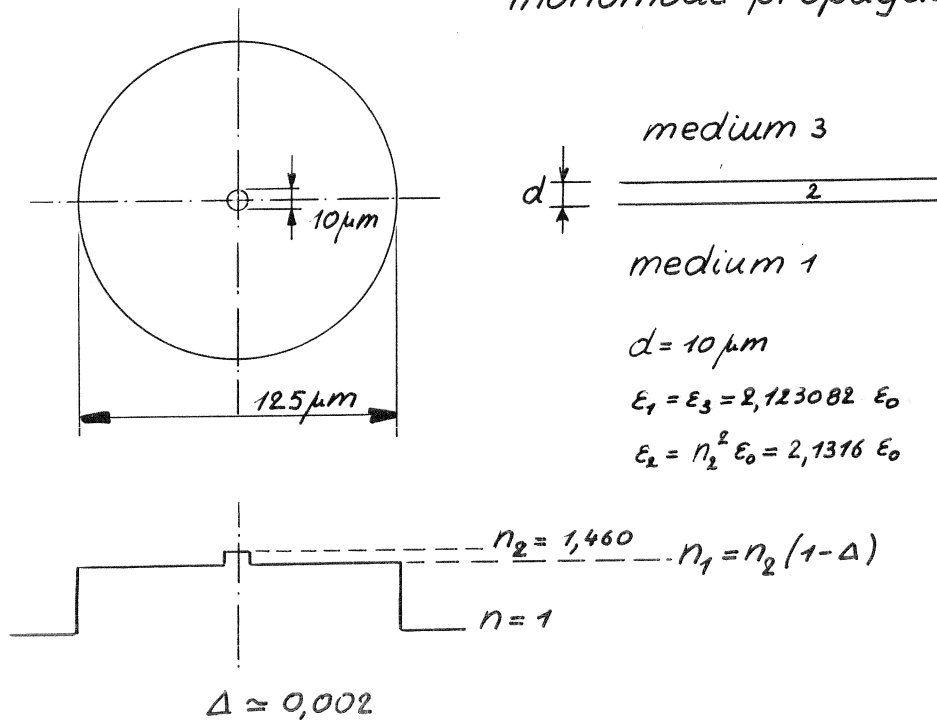
Teken het dispersiediagram van de fundamentele mode en van 3 hogere orde modes.

Probleem 3

7.16.

Optische golfgeleider

monomode propagatie



7.16.- Toepassing 3: Optische golfgeleider.

Glasvezelcommunicatie is uitermate belangrijk in de huidige telecommunicatienetwerken, zowel voor langafstandscommunicatie als op kortere afstanden.

We maken onderscheid tussen monomode en multimode glasvezels.

Bij monomode glasvezel propageert enkel de fundamentele mode in de gebruikte frequentieband; de eerste hogere orde mode heeft een afsnijfrequentie die hoger ligt dan de hoogste gebruikte frequentie.

We zullen de propagatie onderzoeken in een monomode glasvezel die bestaat uit een glaskern met een diameter van $10\mu\text{m}$, omgeven door een andere glaslaag met een diameter van $125\mu\text{m}$. Het verschil in brekingsindex tussen de centrale glaskern en de omhullende glaslaag is ongeveer 0,2 procent.

Bij multimode glasvezel propageren er meerdere modes in de gebruikte frequentieband. De diameter van de kern is groter dan bij een monomode glasvezel: $50\mu\text{m}$; het verschil in brekingsindex tussen de kern en de omgevende glaslaag is typisch 1%. We onderscheiden de graduele index en de stap index multimode glasvezel.

Toepassing 3 (2)

7.17.

Optische golfgeleider

$$\text{medium 2: brekingsindex } n_2 = 1,460 \rightarrow \epsilon_2 = n_2^2 \epsilon_0 = 2,1316 \epsilon_0$$
$$\mu_2 = \mu_0; \quad \nabla_2 = 0$$

$$\text{medium 1 = 3: } n_1 = n_3 = n_2 (1 - \Delta) \quad \Delta = 0,002$$
$$= 1,45708 \rightarrow \epsilon_1 = \epsilon_3 = 2,123082 \epsilon_0$$

$$\text{dikte medium 2: } d = 10 \mu\text{m} = 10^{-5} \text{ m}$$

verifieer monomode bij $\lambda_0 \geq 1,85 \mu\text{m}$

laagste afsnijfrequentie hogere orde mode:

$$m=2: f_{c_2} = \frac{(m-1)}{2d(\mu_2 \epsilon_2 - \mu_1 \epsilon_1)^{1/2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{2,1316 - 2,123082}}$$
$$= 1,622 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \rightarrow \lambda_{0,c_2} = 1,846 \mu\text{m}$$

7.17.- Toepassing 3: Optische golfgeleider (2)

Om de golfpropagatie te begrijpen in een monomode glasvezel bekijken we een planeaire optische golfgeleider met de dikte van de middelste laag gelijk aan de diameter van de kern.

Het golflengtegebied waarin we deze glasvezel wensen te gebruiken omvat golflengtes groter dan $1,85 \mu\text{m}$.

We verifiëren of we inderdaad monomode propagatie verkrijgen door de afsnijfrequentie te berekenen van de eerste hogere mode. De afsnijfgolflengte ligt inderdaad precies beneden de kleinste golflengte die we wensen te gebruiken.

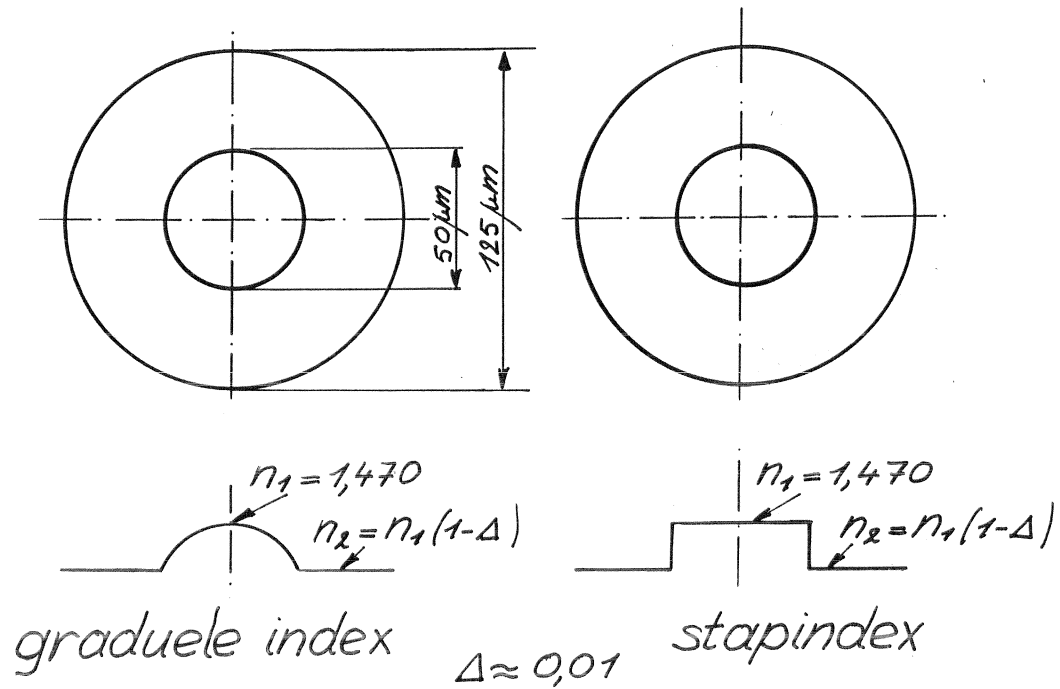
Veronderstel dat we de kerndiameter vergroten met een factor 2 dan verkleint de afsnijfrequentie met een factor 2 en vergroot de afsnijfgolflengte met een factor 2, waardoor de eerste hogere mode verschijnt binnen het beoogde golflengtegebied en monopropagatie niet langer gegarandeerd is. Een gelijkaardige redenering kan gehouden worden voor het verschil in brekingsindex tussen de kern en de omhullende laag. We besluiten hieruit dat de zeer kleine kerndiameter en het zeer geringe verschil in brekingsindex onontbeerlijk zijn om tot monomodepropagatie te komen.

Het zeer kleine verschil in brekingsindex heeft nog een tweede, even belangrijke reden: het zorgt er voor dat de 2 asymptoten op het dispersiediagram zeer dicht bij elkaar liggen (verifieer deze uitspraak), waardoor de dispersie van de fundamentele mode beperkt blijft.

Toepassing 3: Glasvezels (3)

7.18.

multimode glasvezels



7.18.- Toepassing 3: Glasvezels (3).

Om de golfpropagatie te begrijpen in een multimode glasvezel bekijken we een planaire optische golfgeleider met de dikte van de middelste laag gelijk aan de diameter van de kern, nl. $a=50\mu\text{m}$. De brekingsindex van de middelste laag bedraagt 1,470 en het procentuele verschil met de twee buitenste lagen bedraagt 1%.

Maak een analyse van de fundamentele en de eerste 5 hogere orde modes en verifieer het multimode karakter.

Les 8.-Elektromagnetische straling 8.1.

- vertraagde potentialen
- elementaire stroombron
- stralingseigenschappen
- radiovergelijking

Les 8.- Elektromagnetische straling

8.1.- Elektromagnetische straling.

We bestuderen de elektromagnetische straling van een elementaire bron, die bestaat uit een oneindig kort stroombronnetje met sinusoïdale tijdsafhankelijkheid. Het is de eerste keer in dit vak (buiten het gedeelte over transmissielijnen), dat we het verband zoeken tussen een bron en het bijhorend elektromagnetisch veld. We gebruiken een pragmatische aanpak om tot de oplossing te komen.

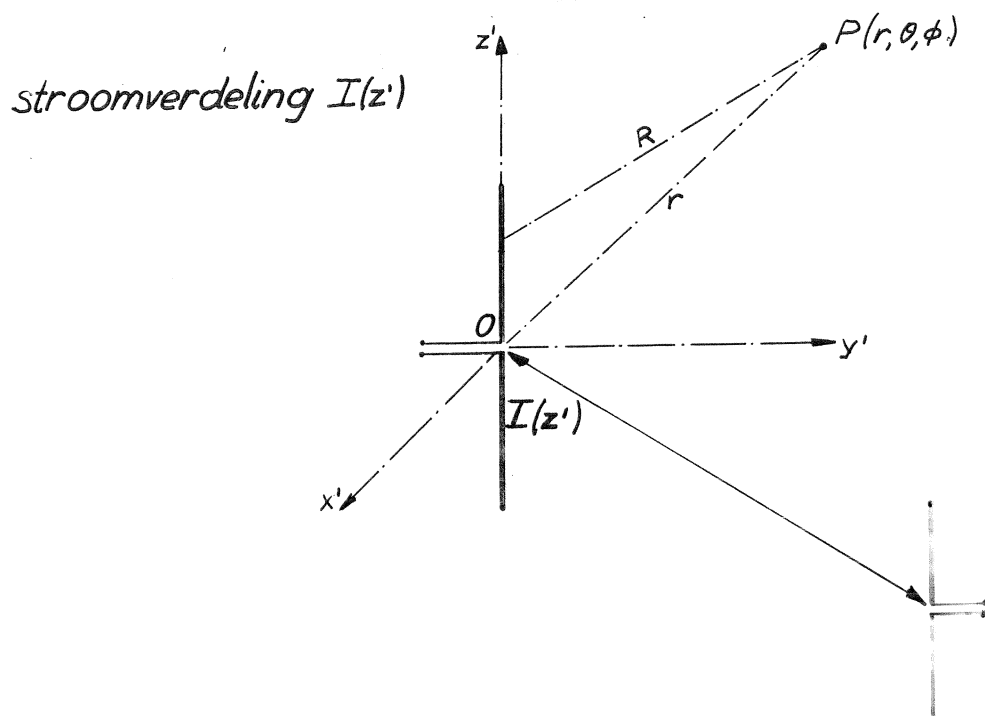
Het valt op dat het elektromagnetisch veld van een elementaire stroombron vrij ingewikkeld is. In de praktijk zijn we in de meeste gevallen enkel geïnteresseerd in het elektromagnetisch stralingsveld op grote afstand van de bron. Dit stralingsveld heeft een gemakkelijker te interpreteren vorm:

- het is een sferische golf, d.w.z. de vlakken van constante fase zijn boloppervlakken met de stralingsbron als oorsprong,
- het is een niet uniforme sferische golf, dit betekent dat de amplitude van het stralingsveld niet gelijk is in alle punten van een dergelijk boloppervlak,
- het is een transversale elektromagnetische golf: zowel het elektrisch als het magnetisch veld staan zuiver transversaal t.o.v. de propagatierichting.

Elke werkelijke stralingsbron kan herleid worden tot een superpositie van elementaire stroombronnen zoals we die hier behandelen. De uitbreiding naar dipoolantennes (zie les 9 over antennes) stelt geen bijkomende moeilijkheden en laat toe heel wat praktische toepassingen vlot te begrijpen.

In een draadloos communicatiesysteem zijn we in eerste instantie geïnteresseerd in het ontvangen vermogen, daarom wordt de radiovergelijking hier nog eens duidelijk toegelicht.

Elektromagnetisch model 8.2.



8.2.- Stralingsprobleem: elektromagnetisch model.

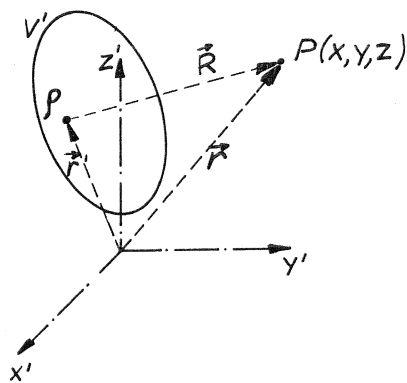
Het is onze bedoeling in les 9 het elektromagnetisch veld te berekenen opgewekt door een gegeven stroomverdeling op een rechte geleider.

In de werkelijkheid is de stroomverdeling op de geleider niet bekend. Het zoeken van de onbekende stroomverdeling is echter een probleem dat een orde moeilijker is, het vergt integraalvergelijkingen om tot een oplossing te komen. Dit ligt buiten het bestek van dit vak. We zullen zinvolle benaderingen bedenken voor de stroomverdeling: het nabije veld en het bijhorende imaginaire deel van de antenne-impedantie zijn gevoelig aan de keuze stroomverdeling; het verre veld en het bijhorende reële deel van de antenne-impedantie zijn veel minder gevoelig aan een exacte keuze van de stroomverdeling. Voor de praktijk is de gevolgde werkwijze ruimschoots aanvaardbaar.

In les 8 zullen we ons beperken tot een elementaire stroombron: oneindig kort en een uniforme stroomverdeling over de oneindig korte lengte.

Potentiaalfuncties

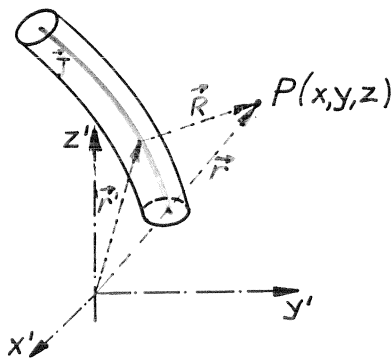
8.3.



$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{R}|} dv'$$

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'|$$

statisch!



$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{R}|} dv'$$

8.3.- Potentiaalfuncties.

We herinneren aan de elektrostatistische potentiaal bepaald door een statische ladingsverdeling en aan de magnetostatische vectorpotentiaal bepaald door een statische stroomverdeling.

De ladingsverdeling is gegeven onder de vorm van een volumeladingsdichtheidsverdeling ρ uitgedrukt in C/m^3 .

De stroomverdeling is gegeven onder de vorm van een stroomdichtheidsverdeling uitgedrukt in A/m^2 .

Vertraagde potentialen

8.4.

$$\tilde{\Phi}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \frac{\tilde{\rho}(\vec{r}', t - R/v_p)}{R} dv'$$

$$\tilde{\vec{A}}(\vec{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{\tilde{\vec{J}}(\vec{r}', t - R/v_p)}{R} dv'$$

$$t' = t - R/v_p$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{E} = -\vec{\nabla}\tilde{\Phi} \\ \vec{\nabla} \times \tilde{\vec{A}} = \vec{B} \end{array} \right\} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \tilde{\vec{A}}}{\partial t} \right) = 0$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\tilde{\Phi} - \frac{\partial \tilde{\vec{A}}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \tilde{\vec{A}} = -\mu\epsilon \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \tilde{\vec{A}} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \tilde{\vec{A}}}{\partial t^2} = -\mu \tilde{\vec{J}}$$

$$\nabla^2 \tilde{\Phi} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} = -\rho/\epsilon$$

8.4.- Vertraagde potentialen.

Elektromagnetische straling creëert elektromagnetische golven waarbij er een zekere tijd nodig is voor de propagatie van de bron naar het observatiepunt waar wij het uitgestraalde veld willen bekijken. Daarom definiëren we vertraagde potentialen waarbij de potentiaal in een willekeurig observatiepunt op een afstand R van de bron, bepaald is door de toestand van de bron een tijdje voordien. We houden dus rekening met een tijdsvertraging die gelijk is aan de onderlinge afstand tussen bron en observatiepunt, gedeeld door de propagatiesnelheid.

Deze vertraagde potentialen moeten voldoen aan de golfvergelijking, waarbij in het tweede lid de brontermen aanwezig zijn.

We hebben dit gedeelte in het tijdsdomein behandeld omdat op deze wijze de tijdsvertraging op een natuurlijke wijze tot uiting komt in de uitdrukkingen.

Vertraagde potentialen

8.5.

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \vec{A} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{A} &= -\mu \vec{J} \\ \vec{A}(\vec{r}) &= \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-j\beta R}}{R} dv' \\ \Phi &= \frac{-1}{j\omega\mu\epsilon} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{sinusoidale} \\ \text{tijdsafhankelijkheid} \end{array}$$

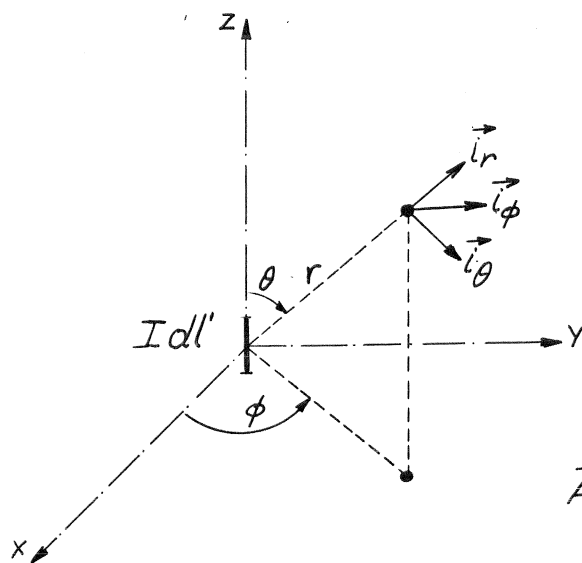
$$e^{j\omega(t - R/v_p)} \\ \frac{\omega R}{v_p} = \frac{2\pi f R}{v_p} = \frac{2\pi}{\lambda} R = \beta R$$

8.5.- Vertraagde potentialen (2).

Om de oplossing te zoeken schakelen we over naar het frequentiedomein, waardoor we veronderstellen dat de bronnen sinusoidaal tijdsafhankelijk zijn. De oplossing voor de vertraagde magnetische vectorpotentiaal wordt geponeerd: ze heeft dezelfde integraalvorm als de magnetostatische vectorpotentiaal, mits toevoeging van een faseterm die in het frequentiedomein de vertaling is van de tijdsvertraging in het tijdsdomein.

De factor βR stemt overeen met een faseverschuiving die gelijk is aan 2π maal de afstand R gemeten in golflengtes.

Elementaire stroombron (1) 8.6.



$$\vec{J} dv' = \vec{J} ds' dl'$$

$$= I dl' \vec{i}_z$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{J}(\vec{r}) e^{-j\beta r}}{r} dv'$$

$$= \vec{i}_z \frac{\mu_0 I dl'}{4\pi} \left(\frac{e^{-j\beta r}}{r} \right)$$

8.6.- Elementaire stroombron (1).

We zullen in deze les het stralingsprobleem oplossen voor een elementaire stroombron in de oorsprong, met oneindig korte lengte dl' , sinusoidaal tijdsafhankelijk, georiënteerd volgens de z-as en met amplitude I uitgedrukt in A.

Omwille van de oneindig korte lengte is de stroomverdeling uniform over de lengte dl' .

We brengen deze bronverdeling in de uitdrukking voor de vertraagde magnetische vectorpotentiaal. De berekening van de volume-integraal is in dit geval, van een bron die vervat is in een oneindig klein volume, geen probleem.

Elementaire stroombron (2)

8.7.

$$\left. \begin{aligned} A_r &= A_z \cos \theta \\ A_\theta &= -A_z \sin \theta \\ A_\phi &= 0 \end{aligned} \right\} \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$= \left(\frac{j\omega \mu_0}{4\pi} \right) \sin \theta \left[\frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2} \right] e^{-j\beta r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega \epsilon_0} \vec{\nabla} \times \vec{H}$$

$$E_r = C \eta^2 \cos \theta \left[\frac{1}{(j\beta r)^2} + \frac{1}{(j\beta r)^3} \right] e^{-j\beta r}$$

$$E_\theta = C \eta \sin \theta \left[\frac{1}{(j\beta r)} + \frac{1}{(j\beta r)^2} + \frac{1}{(j\beta r)^3} \right] e^{-j\beta r}$$

$$E_\phi = 0$$

8.7.- Elementaire stroombron (2).

We berekenen het magnetisch veld uit de vectorpotentiaal en het bijhorend elektrisch veld uit het magnetisch veld. We voeren deze berekeningen uit in sferische coördinaten.

Het magnetisch veld is op alle plaatsen zuiver transversaal en omvat twee termen. De term met $1/r$ -afhankelijkheid is belangrijk op verre afstand, de term met $1/r^2$ -afhankelijkheid domineert in het nabije veld.

Het elektrisch veld omvat een transversale en een longitudinale component. De longitudinale component omvat twee termen, die beide verdwijnen op grote afstand.

De transversale component omvat drie termen, waarbij enkel de $1/r$ -term belangrijk is op grote afstand.

Elementaire stroombron (3) 8.8.

nabije veld

$$\beta r = 2\pi r / \lambda \ll 1 \quad r \ll \lambda / 2\pi = 0,16 \lambda$$

$$H_\phi \approx \frac{I dl}{4\pi r^2} \sin \theta e^{-j\beta r} \approx \frac{I dl}{4\pi r^2} \sin \theta \leftarrow \begin{array}{l} \text{magneto-} \\ \text{statisch} \\ \text{veld} \end{array}$$

$$e^{-j\beta r} \approx 1 - j\beta r - \frac{(\beta r)^2}{2} + \dots \approx 1$$

$$\text{stroomelement } I \cos \omega t = \frac{dq}{dt} \rightarrow q = \frac{I \sin \omega t}{\omega}$$

$$I = j\omega q$$

$$E_r \approx \frac{I dl \eta}{j 4\pi \beta r^3} 2 \cos \theta \approx \frac{q dl}{4\pi \epsilon r^3} 2 \cos \theta$$

$$E_\theta \approx \frac{I dl \eta}{j 4\pi \beta r^3} \sin \theta \approx \underbrace{\frac{q dl}{4\pi \epsilon r^3} \sin \theta}_{\text{elektrische dipool}}$$

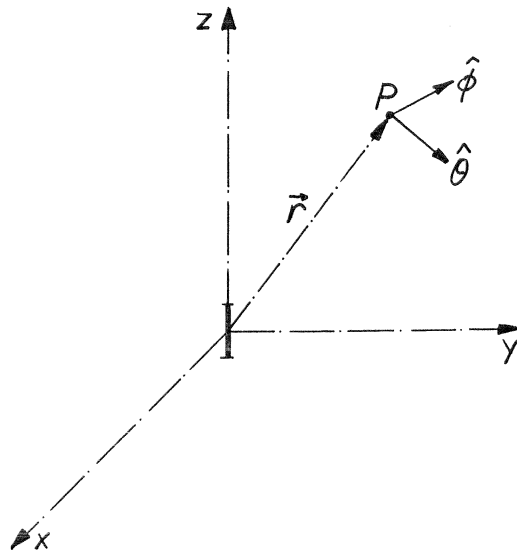
8.8.- Elementaire stroombron (3).

Het nabije veld definiëren we als het veld dichtbij de bron, dit betekent op korte afstand in vergelijking met de golflengte. Het magnetisch veld heeft er een veldverdeling die overeenstemt met het magnetostatisch veld van een statische elementaire stroombron.

We kunnen met de elementaire stroombron een ladingsverdeling associëren die overeenkomt met de ladingsverdeling van een dipool. Het elektrisch veld op korte afstand van de elementaire stroombron heeft een veldverdeling die overeenstemt met het elektrostatisch veld van een elementaire statische dipool.

Elementaire stroombron (4) 8.9.

verre veld = stralingsveld $\beta r \gg 1$
 $r \gg \lambda/2\pi \approx 0,16 \lambda$



$$E_{\theta} \approx \frac{E_m \sin \theta}{r} e^{-j\beta r}$$

$$H_{\phi} = \frac{E_{\theta}}{\eta}$$

$$E_m = \frac{j I dl \beta \eta}{4\pi}$$

8.9.- Elementaire stroombron (4).

Het verre veld van een elementaire stroombron, in het vervolg stralingsveld genoemd, definiëren we als het veld op grote afstand van de bron in vergelijking met de golflengte.

Het stralingsveld heeft de volgende eigenschappen:

- het is een sferische golf,
- de amplitude van het veld is omgekeerd evenredig met de afstand,
- de vermogendichtheid neemt af met het kwadraat van de afstand, hetgeen behoud van vermogen garandeert als we het totaal uitgestraald vermogen berekenen op een boloppervlak en de straal van de bol vergroten,
- het is een transversaal elektromagnetische golf, het elektrisch en het magnetisch veld staan onderling loodrecht en staan samen loodrecht op de propagatierichting, er zijn geen longitudinale componenten,
- de verhouding tussen de amplitude van het elektrisch veld en de amplitude van het magnetisch veld is gelijk aan de intrinsieke impedantie van het medium,
- de amplitude van het elektrisch veld is rechtstreeks bepaald door de amplitude van de stroombron en kan op eenvoudige wijze berekend worden,
- de amplitude van het veld vertoont een $\sin \theta$ -afhankelijkheid, dit betekent waarde nul in de richting van de stroombron en maximum in het vlak loodrecht op de stroombron,
- de amplitude van het veld vertoont geen ϕ -afhankelijkheid: de bron is cirkelsymmetrisch.

Stralingsveld

8.10.

algemeen

$$\vec{E} = \vec{E}_0(\theta, \phi) \frac{e^{-j\beta r}}{r}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{r} \times \vec{E}}{\eta}$$

TEM-golf

sferisch golffront \rightarrow lokaal: u.v.g.

golfimpedantie η

faseconstante β

8.10.- Stralingsveld.

Het stralingsveld (verre veld) van een willekeurige stroombron, of totaal algemeen het stralingsveld van een willekeurige antenne is altijd van de algemene vorm:

- sferische golf,
 - $1/r$ -afhankelijkheid,
 - zuiver transversaal elektromagnetisch,
 - verhouding tussen elektrisch en magnetisch veld gelijk aan de intrinsieke impedantie van het medium,
 - elektrisch en magnetisch veld staan onderling loodrecht en samen loodrecht op de propagatierichting.
- Op grote afstand van de bron kan het sferisch golffront plaatselijk, b.v. op het oppervlak van een ontvangantenne als een uniforme, vlakke golf worden beschouwd.

Uitgestraald vermogen 8.11.

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^*$$

$$S_\theta = \text{imaginair} = \text{reactief vermogen} \\ \left(\frac{1}{r^3} ; \frac{1}{r^5} \right)$$

$$S_r = \text{imaginair} \left(\frac{1}{r^5} \right) \\ = \text{reëel} = \frac{1}{2} \left(\frac{I dl}{4\pi} \right)^2 \eta \beta^2 \frac{1}{r^2} \sin^2 \theta$$

$$\text{tijdsgemiddelde } \vec{S}_g = \text{Re}[\vec{S}]$$

totaal uitgestraald vermogen

$$P_r = \oint_S \vec{S}_g \cdot d\vec{s} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi E_\theta H_\phi^* R^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ = \frac{(I dl)^2}{12 \pi} \eta \beta^2$$

8.12.- Uitgestraald vermogen.

Het uitgestraald vermogen kan berekend worden uitgaande van de Poyntingvector, die de uitgestraalde vermogendichtheid geeft per eenheid van oppervlakte. We berekenen de Poyntingvector in het frequentiedomein.

Er is een zuiver imaginaire transversale component (in het nabije veld) die dus uitsluitend reactieve energie bevat. Er is in het nabije veld ook een imaginaire, longitudinale component.

In het verre veld is de Poyntingvector radiaal gericht volgens de propagatierichting en is zuiver reëel, hetgeen wijst op een reële vermogendichtheid die via het stralingsveld door de bron wordt uitgestraald.

Het reële deel van de complexe Poyntingvector is het tijdsgemiddelde van de Poyntingvector in het tijdsdomein.

De tijdsgemiddelde waarde van het totaal uitgestraald vermogen wordt bepaald door de uitgestraalde vermogendichtheid per eenheid oppervlakte te integreren over een boloppervlak.

Stralingsweerstand

8.12.

$$P_r = \frac{1}{2} R_r I^2$$

$$R_r = \frac{2 P_r}{I^2} = \frac{2}{I^2} \left[\frac{(I dl)^2}{12\pi} \eta \beta^2 \right] \left. \vphantom{\frac{2}{I^2}} \right\} \begin{array}{l} \text{elektrische} \\ \text{dipool} \end{array}$$
$$\approx 80 \pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda} \right)^2$$

8.12.- Stralingsweerstand.

Het tijdsgemiddeld, totaal uitgestraald vermogen kunnen we schrijven als het vermogen gedissipeerd door een stroomsterkte I in een fictieve weerstand. We noemen deze fictieve weerstand de stralingsweerstand R_r .

Elke draadantenne die zeer klein is t.o.v. van de golflengte beschouwen we in de praktijk als een elementaire stroombron, we noemen het een elektrische dipool. De uitdrukking van de stralingsweerstand van een elektrische dipool kunnen we toepassen zolang de lengte dl zeer klein is t.o.v. de golflengte. Als de lengte niet zeer klein is t.o.v. de golflengte kunnen we onze oorspronkelijke veronderstelling dat de stroomverdeling uniform is over de lengte niet handhaven.

Stralingseigenschappen (1) 8.13.

stralingsintensiteit

$$U(\theta, \phi) = r^2 |\vec{S}_g| \text{ [W/eenheid ruimtehoek]}$$

directiviteitsfunctie

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{av}} = \frac{U(\theta, \phi)}{P_r / 4\pi}$$

$$D(\theta, \phi)_{max} = \text{directiviteit } D$$

winstfunctie

$$G(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{P_t / 4\pi}$$

$$G(\theta, \phi)_{max} = \text{winst } G$$

8.13.- Stralingseigenschappen (1).

We definiëren de stralingsintensiteit als de uitgestraalde vermogendichtheid per eenheid ruimtehoek.

Om de richtingseigenschappen van een stralingsbron (in de praktijk van een antenne) te karakteriseren definiëren we de directiviteitsfunctie, als de verhouding van de stralingsintensiteit in een willekeurige richting (θ, ϕ) t.o.v. de gemiddelde waarde van de uitgestraalde vermogenintensiteit.

De maximumwaarde van de directiviteitsfunctie noemen we kortweg de directiviteit.

Om het verband te leggen met het totaal toegevoerde vermogen P_t aan de antenne en dus rekening te houden met vermogenverlies in de antenne zelf, definiëren we de winstfunctie als de verhouding van de stralingsintensiteit in elke willekeurige richting (θ, ϕ) t.o.v. de gemiddelde waarde van de stralingsintensiteit die we zouden bekomen als we het toegevoerde vermogen isotroop en zonder verliezen zouden uitstralen.

De maximumwaarde van de winstfunctie noemen we kortweg de winst. We spreken niet over de versterking van een antenne: dit is een misleidend begrip, in een antenne wordt niets versterkt, door een doelmatig ontwerp wordt de uitgestraalde vermogendensiteit verdeeld in de ruimte volgens de eisen van de toepassing en wordt er in sommige richtingen iets gewonnen t.o.v. andere richtingen.

Stralingseigenschappen (2)

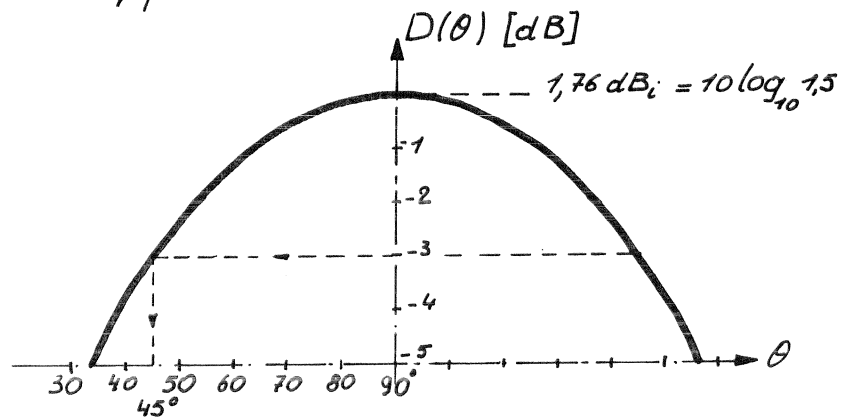
8.14.

elektrische dipool

$$U(\theta, \phi) = r^2 |\vec{S}_g|$$
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{I dl \beta}{4\pi} \right)^2 \eta \sin^2 \theta$$

$$P_r / 4\pi = \frac{(I dl)^2}{48 \pi^2} \eta \beta^2$$

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{P_r / 4\pi} = 1,5 \sin^2 \theta$$



8.14.- Stralingseigenschappen (2).

Ter illustratie berekenen we de stralingsintensiteit van een elektrische dipool (= elementaire stroombron) met de typische $\sin\theta$ -hoekafhankelijkheid voor de veldsterkte. De stralingsintensiteit vertoont een $\sin^2\theta$ -hoekafhankelijkheid

Uit de directiviteitsfunctie blijkt dat de maximale directiviteit (en dus ook de maximale winst als de elektrische dipool intern geen verliezen heeft) gelijk is aan 1,5 of 1,76 dBi. Met dBi geven we aan dat we refereren t.o.v. een isotrope straler.

Stralingsrendement

8.15.

$$P_t = P_r + P_v$$

↑ ↑ ↑
totaal opgenomen vermogen uitgestraald vermogen verliesvermogen

$$\eta = \frac{P_r}{P_t} = \frac{R_r}{R_r + R_v} \quad \text{verliesweerstand}$$
$$= \frac{g(\theta, \phi)}{d(\theta, \phi)} = \frac{G}{D}$$

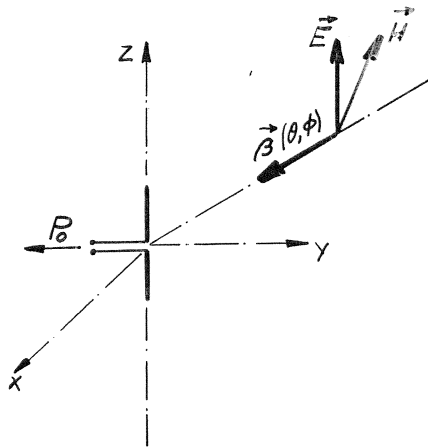
8.15.- Stralingsrendement.

Het vermogen P_t toegevoerd aan een antenne wordt voor een deel P_r uitgestraald en voor een deel intern gedissipeerd P_v . Het vermogen dat intern gedissipeerd wordt kunnen we ons indenken als gedissipeerd in een verliesweerstand R_v in de antenne.

Het stralingsrendement geeft de verhouding tussen het uitgestraald vermogen en het toegevoerd vermogen; het is ook de verhouding tussen de winstfunctie en de directiviteitsfunctie en dus geldig in elke richting; het is ook de verhouding tussen de maximale waarden van winst en directiviteit.

Effectief ontvangoppervlak

8.16.



invallende golf:
vermogendichtheid $|\vec{S}_g(\theta, \phi)|$

ontvangen vermogen:

$$P_o(\theta, \phi) = |\vec{S}_g(\theta, \phi)| A_e(\theta, \phi)$$

$$g(\theta, \phi) = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e(\theta, \phi)$$

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e$$

winst bepaald \leftrightarrow oppervlakte bepaald

8.16.- Effectief ontvangoppervlak.

Veronderstel een elektromagnetische golf met gegeven vermogendichtheid per eenheid oppervlakte die invalt vanuit een willekeurige richting op een antenne: hoe kunnen we het ontvangen vermogen berekenen?

Dit probleem wordt opgelost door de richtingseigenschappen bij ontvangst te karakteriseren door een functie die het effectief ontvangoppervlak geeft afhankelijk van de richting van de invallende golf.

Het effectief ontvangoppervlak is een fictieve oppervlakte, die niet noodzakelijk gerelateerd is aan de fysische afmetingen. Vermenigvuldigd met de vermogendichtheid per eenheid oppervlakte van de invallende golf geeft ze wel onmiddellijk het vermogen ontvangen aan de uitgang van de antenne, dus rekening houdend met de interne verliezen in de antenne.

Voor een reciproque antenne is er een éénduidig verband tussen de winstfunctie en de functie van het effectief ontvangoppervlak. We poneren dit verband zonder bewijs. Het bewijs kan geleverd worden door voor een elementaire dipool het verband te berekenen en daarna te bewijzen dat het verband geldt voor elke reciproque antenne.

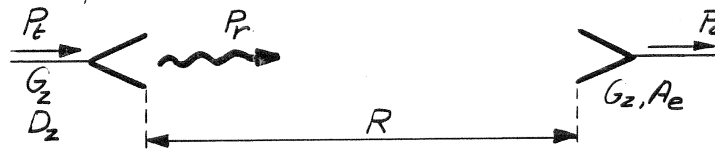
Wanneer is een antenne reciproque? Het antwoord is eenvoudig: als er geen niet-reciproque elementen in aanwezig zijn (b.v. ingebouwde actieve componenten die niet hetzelfde effect uitoefenen bij zenden als bij ontvangen), of geen ingebouwde anisotrope materialen (b.v. ferrieten waarvan het effect verschillend is naargelang de richting van de elektromagnetische golf die er doorloopt).

De relatie tussen winst en effectief ontvangoppervlak moet op de juiste manier gelezen worden. Een belangrijke groep van antennes is "winst"-bepaald, dit betekent dat de winst niet verandert in een breed frequentiegebied (typisch voorbeeld is een elektrische dipool) en dat het effectief ontvangoppervlak volgt uit de winst en sterk frequentieafhankelijk is.

Een tweede belangrijke groep van antennes is "oppervlakte"-bepaald, dit betekent dat het effectief ontvangoppervlak weinig verandert in een breed frequentiegebied en direct gerelateerd is aan het geometrisch oppervlak (typisch voorbeeld is een paraboolantenne) en dat de winst volgt uit het effectief ontvangoppervlak en sterk afhankelijk is van de frequentie.

Radiovergelijking

8.17.



Zendantenne:

isotrope straler $S = \frac{P_r}{4\pi R^2}$

antenne G_z
$$S = \frac{P_r D_z}{4\pi R^2}$$
$$= \frac{\eta P_t D_z}{4\pi R^2}$$

$$P_o = \frac{P_t G_z A_e}{4\pi R^2} = \frac{P_t G_z G_o \lambda^2}{(4\pi R)^2}$$

vermogenbalans opstellen

8.17.- Radiovergelijking.

We bekijken de draadloze verbinding tussen 2 antennes, op een afstand R van elkaar in het verre veld voor beide antennes.

We veronderstellen dat beide antennes aangepast zijn wat impedantie betreft (er treden geen reflecties op, noch aan zenzijde, noch aan ontvangzijde) en ook wat polarisatie betreft (dit betekent dat ze dezelfde polarisatie hebben).

We berekenen de vermogendichtheid per eenheid oppervlakte uitgestraald door de zendantenne op de plaats van de ontvangantenne. We beginnen met de veronderstelling dat het uitgestraalde vermogen isotroop wordt uitgestraald. We verdelen het uitgestraald vermogen over een boloppervlak met straal R .

Aan zenzijde hebben we een zendantenne met directiviteit D_z , d.i. de waarde van de directiviteitsfunctie in de richting van de ontvangantenne.

Het uitgestraald vermogen kunnen we vervangen door het toegevoerd vermogen vermenigvuldigd met het stralingsrendement.

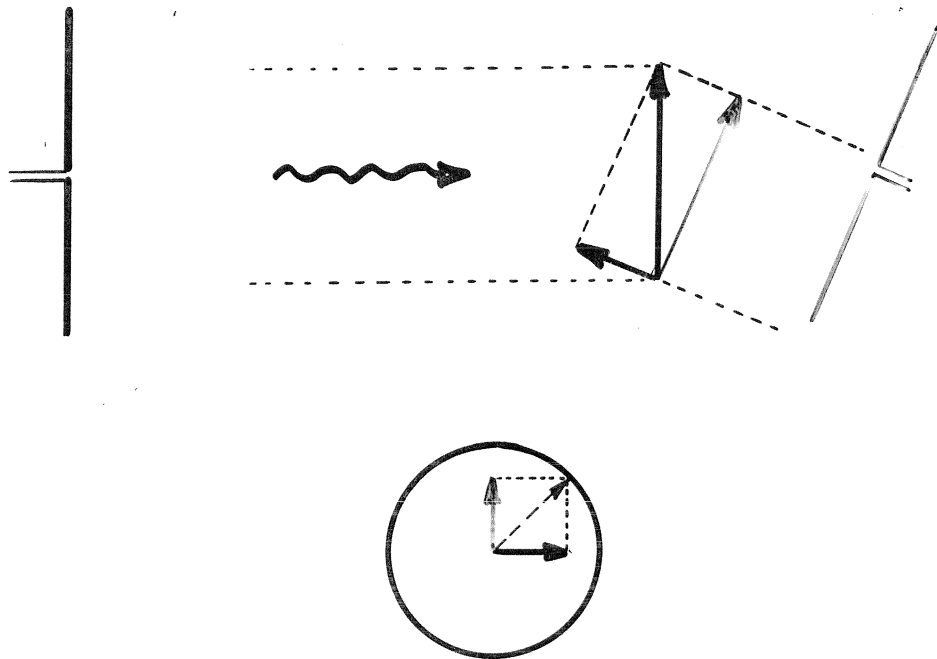
In de gevonden uitdrukking vervangen we het product van stralingsrendement en directiviteit door de winst G_z (dit is de waarde van de winstfunctie van de zendantenne in de richting van de ontvangantenne).

Op deze manier bekomen we de vermogendichtheid per eenheid oppervlakte uitgestraald door de zendantenne op de plaats van de ontvangantenne.

Het volstaat te vermenigvuldigen met het effectief ontvangoppervlak van de ontvangantenne in de richting van de zendantenne om het ontvangen vermogen te bepalen.

Polarisatie

8.18.



8.18.- Polarisatie.

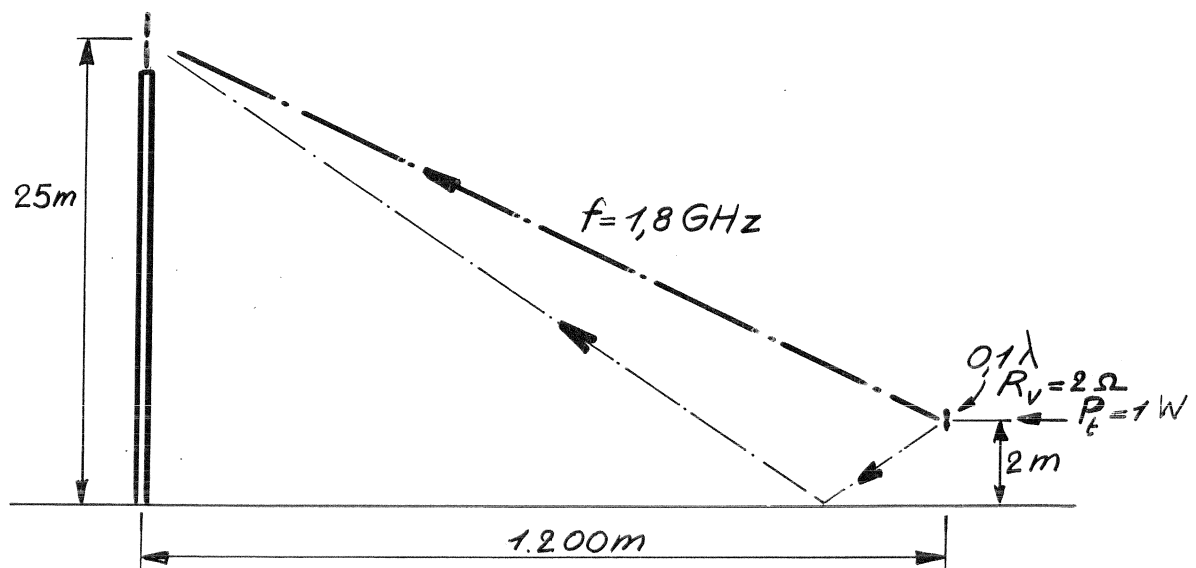
Bij het bepalen van het ontvangen vermogen in de radiovergelijking, hebben we verondersteld dat de polarisatie van de invallende golf overeenstemt met de polarisatie van de ontvangantenne.

Als dit niet het geval is berekenen we eerst de componenten van de invallende golf die overeenstemt met de polarisatie van de ontvangantenne en bepalen we daarmee het ontvangen vermogen.

Als eerste v.b. veronderstellen we beide polarisaties lineair maar niet evenwijdig. We ontbinden de polarisatie van de invallende golf in een componenten evenwijdig met de polarisatie van de ontvangantenne en een componenten loodrecht op de ontvangantenne. Enkel de evenwijdige componenten draagt bij tot het ontvangen vermogen.

Als tweede v.b. veronderstellen we de invallende golf circulair gepolariseerd en de ontvangantenne lineair gepolariseerd. We ontbinden de circulaire polarisatie van de invallende golf in een lineaire componenten evenwijdig met de polarisatie van de ontvangantenne en een lineaire componenten loodrecht op de ontvangantenne. Enkel de evenwijdige componenten draagt bij tot het ontvangen vermogen.

Toepassing 1: GSM-verbinding 8.19.



8.19.- Toepassing 1: GSM-verbinding.

Ontleed de draadloze verbinding tussen een GSM-toestel (zender) en een GSM-basisstation (ontvanger): de draaggolffrequentie is $1,8\text{GHz}$; de antenne op het basisstation is verticaal opgesteld op een hoogte van 25m ; de antenne van het GSM-toestel is een elektrische dipool met een lengte van $0,1\lambda$ (wordt als voldoende klein beschouwd t.o.v. de golflengte om de theorie van de oneindig korte stroombron te mogen toepassen) en een verliesweerstand van 2Ω , verticaal opgesteld op een hoogte van 2m . De horizontale afstand tussen de twee antennes bedraagt 1200m .

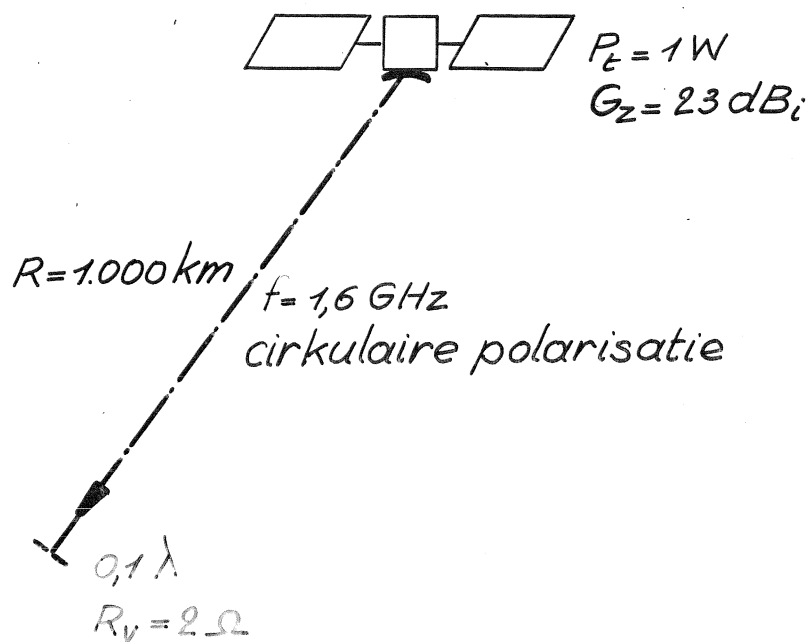
Beschouw de invallende golf op de antenne van het basisstation met een elektrisch veld dat evenwijdig gepolariseerd is. Bereken de vermogendichtheid van deze invallende golf als de zender een vermogen levert van 1W aan de zendantenne en als we veronderstellen dat de golfvoortplanting gebeurt in de vrije ruimte.

Hoe verandert de invallende vermogendichtheid als de zendantenne over 45° gedraaid wordt in het vlak van de 2 antennes? In het vlak loodrecht op het vlak van de 2 antennes?

Bepaal de invloed van de reflectie tegen het aardoppervlak op de ontvangen vermogendichtheid. In eerste benadering kan het aardoppervlak perfect geleidend verondersteld worden.

Toepassing 2: LEO-satelliet

8.20.



8.20.- Toepassing 2: LEO-satelliet.

Ontleed de draadloze verbinding tussen een LEO-satelliet (zender) en een mobiel toestel (ontvanger): de draaggolffrequentie is 1,6GHz; de antenne op de satelliet heeft een winst van 23 dBi in de richting van de ontvangantenne en is perfect cirkulair gepolariseerd; de antenne van het GSM-toestel is een elektrische dipool met een lengte van $0,1\lambda$ en een verliesweerstand van 2Ω . De afstand bedraagt 1000km.

Bereken de vermogendichtheid van de invallende golf op de plaats van de ontvangantenne waarbij je aanneemt dat de zender van de satelliet een vermogen levert van 1W aan de satellietantenne.

Schrijf het elektrisch veld (in het frequentiedomein) van de invallende golf, (die je op de plaats van de ontvangantenne beschouwt als een uniforme, vlakke golf); vul zoveel mogelijk numerieke waarden in.

Bereken het ontvangen vermogen als de ontvangantenne optimaal georiënteerd wordt t.o.v. de satelliet, op twee manieren:

-via de invallende vermogendichtheid en het effectief ontvangoppervlak

-via de elektrische veldsterkte van de invallende golf en de spanning die ontstaat aan de klemmen van de ontvangantenne.

Hoe verandert het ontvangen vermogen als de ontvangantenne over een hoek van 45° gedraaid wordt in het vlak van de 2 antennes? In het vlak loodrecht op de verbindinglijn tussen de 2 antennes?