



KATHOLIEKE UNIVERSITEIT LEUVEN
FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN

Elektromagnetische Golven

Verkiezingsploeg ZET



Eerste zit met ZET
<http://zet.vtk.be>

Gratis



MEMENTO

studiebegeleiding.be

Katholieke Universiteit Leuven
Faculteit Toegepaste Wetenschappen

Elektromagnetische Golven

Studentencursus Zet

Inleiding

Dit is de studentencursus elektromagnetische golven gebracht door verkiezingsploeg ZET. In deze studentencursus vindt u aanvullingen bij de transparanten en nota's van professor Van de Capelle op basis van notities tijdens de lessen. Bij sommige transparanten geven we extra afleidingen van de formules, bij andere een grafiekje, soms halen we zelfs good old MAPLE van stal. Veel plezier ermee, maar vergeet naast het bestuderen van de theorie natuurlijk zeker niet om enkele oefeningen te maken ter voorbereiding op het examen.

Inhoudsopgave

1	Transmissielijnen	8
1.1	Transmissielijnen	8
1.2	Netwerkmodel	8
1.3	Oplossing frequentiedomein	8
1.4	Karakteristieke grootheden	10
1.5	Overgang naar het tijdsdomein	10
1.6	Effect van een belasting	11
1.7	Reflectiecoëfficiënt	11
1.8	Impedantie	11
1.9	Ingangsimpedantie	12
1.10	Bronbelasting	12
1.11	Spanningsstaandegolfverhouding	13
1.12	Toepassing 1	14
1.13	Toepassing 2	14
1.14	Toepassing 2 (2)	15
1.15	Toepassing 3	16
1.16	Tijdsdomeinanalyse	16
1.17	Tijdsdomeinanalyse (2)	16
1.18	Tijdsdomeinanalyse (3)	16
1.19	Tijdsdomeinanalyse (4)	16
1.20	Tijdsdomeinanalyse (5)	17
2	Impedantietransformatie -en aanpassing	18
2.1	Impedantietransformatie -en aanpassing	18
2.2	Genormaliseerde impedantie	18
2.3	Complexe $\Gamma(z)$ -vlak	18
2.4	Smith-kaart (1)	18
2.5	Smith-kaart (2)	19
2.6	Impedantietransformatie (1)	19
2.7	Impedantietransformatie (2)	19
2.8	Admittanties (1)	20
2.9	Admittanties (2)	20
2.10	Impedantie-aanpassing (1)	20
2.11	Impedantie-aanpassing (2)	20
2.12	Impedantie-aanpassing (3)	21

2.13	Dubbele stubaanpassing	21
2.14	Dubbele stubaanpassing (2)	21
2.15	Dubbele stubaanpassing (3)	21
2.16	$\frac{\lambda}{4}$ -transformator	22
2.17	Toepassing 1: Microstripantenne	22
2.18	Toepassing 2: Vermogenverdeling	22
2.19	Vermogenverdeling (2)	22
2.20	Vermogenverdeling (3)	22
3	Vlakke golven in onbegrensde media	23
3.1	Vlakke golven in onbegrensde media	23
3.2	Frequentiedomein	23
3.3	Frequentiedomein (2)	23
3.4	Concept uniforme, vlakke golf	24
3.5	Concept uniforme, vlakke golf (2)	24
3.6	Golfvergelijking	24
3.7	Uniforme, vlakke golf	24
3.8	Propagatieconstante	25
3.9	Intrinsieke impedantie	25
3.10	Magnetisch Veld	25
3.11	Interpretatie	25
3.12	Verliestangens	26
3.13	Diëlectrica (1)	26
3.14	Diëlectrica (2)	26
3.15	Geleiders	26
3.16	Poynting theorema (1)	26
3.17	Poynting theorema (2)	26
3.18	Compositie van uniforme vlakke golven	27
3.19	Toepassing 1: Propagatie in aarde	27
3.20	Toepassing 2: Communicatie onder water	27
4	Loodrechte inval op meerlagenstructuur	28
4.1	Loodrechte inval op meerlagenstructuur	28
4.2	Elektromagnetisch model	28
4.3	Uniforme, vlakke golven: Oplossingsmethodes	28
4.4	Uniforme, vlakke golven: Uitwerking	28
4.5	Uniforme, vlakke golven: Oplossingsmethode (2)	29
4.6	Uniforme, vlakke golven: Oplossingsmethode (3)	29
4.7	Randvoorwaarden $z = -d$	29
4.8	Randvoorwaarden $z = 0$	29
4.9	Oplossing	29
4.10	Oplossing verliesvrije media	29
4.11	Oplossing 2 media	30
4.12	Medium 3 perfect geleidend	30
4.13	Geringe Reflecties	30
4.14	Transmissielijnequivalent	30

4.15	Transmissielijnequivalent (2)	31
4.16	Transmissielijnequivalent (3)	31
4.17	Probleem 1	31
4.18	Probleem 2	31
5	Schuine inval	33
5.1	Schuine inval	33
5.2	Schuine inval op een perfect geleidend vlak	33
5.3	Invallende golf	33
5.4	Gereflecteerde golf	33
5.5	Randvoorwaarden	33
5.6	Totale veld	34
5.7	TM-golf	34
5.8	Schuine inval op het scheidingsvlak tussen 2 diëlectrica	34
5.9	Invallende golf	34
5.10	Gereflecteerde golf	34
5.11	Doorgelaten golf	34
5.12	Randvoorwaarden	35
5.13	Oplossing (1)	35
5.14	Oplossing (2)	35
5.15	Kritische reflectie (1)	35
5.16	Kritische reflectie (2)	35
5.17	Kritische reflectie (3)	35
5.18	Kritische reflectie (4)	36
5.19	Kritische reflectie (5)	36
5.20	Toepassing 1: Propagatie tussen 2 geleidende oppervlakken	36
5.21	Toepassing 2: Propagatie in diëlectrische geleiders	36
6	Golfgeleiders met geleidende wanden	37
6.1	Golfgeleiders met geleidende wanden	37
6.2	Elektromagnetisch model	37
6.3	TE-modes	37
6.4	TE-modes (2)	37
6.5	Dispersiediagram	38
6.6	Invloed van de frequentie	38
6.7	Afsnijfrequentie	38
6.8	Fasesnelheid	38
6.9	Groepsnelheid	38
6.10	TM-modes	38
6.11	TM-modes (2)	39
6.12	TEM-mode	39
6.13	Effect werkelijke media	39
6.14	Geleiderverliezen (1)	39
6.15	Geleiderverliezen (2)	39
6.16	Geleiderverliezen (3)	39
6.17	Rechthoekige golfgeleiders	39

6.18	Perfect magnetisch geleidende wanden	39
6.19	Probleem 1	40
7	Diëlectrische golfgeleiders	41
7.1	Diëlectrische golfgeleiders	41
7.2	Elektromagnetisch model	41
7.3	TE-modes	41
7.4	TE-modes (2)	41
7.5	Dispersiediagram	41
7.6	Afsnijfrequentie	42
7.7	TM-modes	42
7.8	Probleem 1 (1)	42
7.9	Glasplaat (2)	42
7.10	Probleem 1 (3)	42
7.11	Probleem 1 (4)	42
7.12	Probleem 1 (5)	42
7.13	Probleem 1 (6)	43
7.14	Probleem 2 (1)	43
7.15	Probleem 2 (2)	43
7.16	Probleem 3	43
8	Elektromagnetische straling	44
8.1	Elektromagnetische straling	44
8.2	Elektromagnetisch model	44
8.3	Potentiaalfuncties	44
8.4	Vertraagde potentialen	44
8.5	Vertraagde potentialen (2)	44
8.6	Elementaire stroombron (1)	44
8.7	Elementaire stroombron (2)	45
8.8	Elementaire stroombron (3)	45
8.9	Elementaire stroombron (4)	46
8.10	Stralingsveld	46
8.11	Uitgestraald vermogen	46
8.12	Stralingsweerstand	47
8.13	Stralingseigenschappen (1)	47
8.14	Stralingseigenschappen (2)	47
8.15	Stralingsrendement	47
8.16	Effectief ontvangoppervlak	47
8.17	Radiovergelijking	47
8.18	Polarisatie	48
8.19	Toepassing 1: GSM-verbinding	48
9	Antennes	49
9.1	Antennes	49
9.2	Dipoolantenne (1)	49
9.3	Dipoolantenne (2)	49

9.4	Halve-golflengtedipoolantenne	49
9.5	Stralingsweerstand	50
9.6	Directiviteit	50
9.7	Roosterantennes	50
9.8	Basisconfiguratie	50
9.9	Vectorpotentiaal element i	50
9.10	Superpositie	50
9.11	Lineaire roosterantenne	51
9.12	Uniforme, lineaire roosterantenne	51
9.13	Reflectorantennes	51
9.14	Basisconfiguratie	51
9.15	Apertuurverdeling	51
9.16	Apertuurefficiëntie	52
9.17	Winst	52
9.18	Toepassing 1: GSM-basisstation	52

Hoofdstuk 1

Transmissielijnen

1.1 Transmissielijnen

In het netwerkmodel van een transmissielijn werken we met fictieve stromen en spanningen. Wanneer we dan frequentiedomeinanalyses uitvoeren werken we met complexe grootheden die qua interpretatie fictief zijn, het tijdsdomein daarentegen geeft de werkelijke voorstelling weer. Verder is het zo dat als we alles bekijken zonder een transmissielijneffect we geen looptijdverschil opmerken, als we die effecten wel in rekening brengen ontstaat er wel een tijdsverschil. Tijdsdomeinanalyse tenslotte gebruiken we om het verschil aan te tonen.

1.2 Netwerkmodel

Op de bovenste figuur staat een tweedraadsgeleider die een vast toestel verbindt met bv. een centrale. We hebben hier te maken met frequenties tot 1GHz. De lengte dz stelt hier een oneindig kleine lengte voor. We kennen de inductantie en weerstand. We zijn gewoon dat dit gelocaliseerd zit. Hier zit de weerstand “verspreid” over bv. een lengte van 5km. De eenheid hierbij zal dus Ω/m . Hetzelfde geldt ook voor de inductantie. Doordat we de lengte dz oneindig klein nemen is de weerstand wel gelocaliseerd. De stroom vloeit door de transmissielijn, vandaar dat deze weerstanden in serie staan. In het netwerkmodel op de onderste figuur stelt Rdz voor de weerstand van de 2 geleiders samen voor:

$$Rdz = \frac{2 \cdot dz \cdot \text{weerstand}}{\text{lengte-eenheid}}$$

Gdz is de lekweerstand tussen de 2 geleiders, welke als conductantie is voorgesteld. Cdz is de capaciteit die aanwezig is bij 2 geleiders, en stockeert lading bij een spanningsverschil. $I(z+dz)$ is de stroom die uiteraard gewijzigd is.

1.3 Oplossing frequentiedomein

Uit de transmissielijnvergelijkingen (differentiaalvergelijkingen die afkomstig zijn uit de tweede wet van Kirchoff) moeten we $V(z)$ en $I(z)$ halen. In de bovenste vergelijking is de term $RI(z)$ afkomstig van de spanningsval door de weerstand, $j\omega LI(z)$ komt van de spanningsval over de

spoel. Wanneer we de eerste vergelijking nog eens afleiden bekomen we vergelijking 3. In de vierde vergelijking, welke er als volgt moet uitzien:

$$\gamma^2 = (R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C) = (\alpha + j\beta)^2$$

is γ^2 dus een complex getal. Vervolgens merken we in vergelijking 5 en 6:

$$\begin{aligned} V(z) &= V^+ \cdot e^{-\gamma z} + V^- \cdot e^{+\gamma z} \\ I(z) &= I^+ \cdot e^{-\gamma z} + I^- \cdot e^{+\gamma z} \end{aligned}$$

op dat we γ kennen, maar dat we niets afweten van de amplitudes. Deze golven kunnen dus lopen en de amplitudes hangen af van de bron en de belasting.

De volledige afleiding ziet er dan als volgt uit:

$$V(z + dz) - V(z) = -Rdz \cdot I(z) - j\omega LI(z)dz$$

We werken met deze vergelijkingen omdat er stroom en spanning verloren gaat.

$$\frac{dV}{dz} = -Rdz \cdot I(z) - j\omega L \cdot I(z)$$

$$I(z + dz) - I(z) = -Gdz \cdot V(z) - j\omega Cdz \cdot V(z)$$

$$\frac{dI}{dz} = -GV(z) - j\omega C \cdot V(z)$$

Nogmaals afleiden geeft dan:

$$\begin{aligned} \frac{d^2V}{dz^2} &= \frac{-R \cdot dI(z)}{dz} - j\omega L \frac{dI}{dz} \\ \frac{dI(z)}{dz} &= -\frac{d^2V}{dz^2} \cdot \left(\frac{1}{R + j\omega L} \right) \end{aligned}$$

Invullen in de oorspronkelijke transmissielijnvergelijking geeft dan:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{1}{R + j\omega L} \right) \cdot \frac{d^2V}{dz^2} &= -G \cdot V(z) - j\omega C \cdot V(z) \\ \frac{d^2V}{dz^2} - \gamma^2 \cdot V(z) &= 0 \end{aligned}$$

Deze differentiaalvergelijking kunnen we als volgt oplossen:

$$\begin{aligned} x^2 - \gamma^2 &= 0 \\ x^2 &= \gamma^2 \\ x &= + - \gamma \end{aligned}$$

Wat dan als oplossing geeft:

$$V(z) = V^+ \cdot e^{-\gamma z} + V^- \cdot e^{+\gamma z}$$

1.4 Karakteristieke grootheden

De benadering van de propagatieconstante bekomen we als volgt:

$$\begin{aligned}\gamma &= [(R + j\omega L) \cdot (j\omega C)]^{1/2} \\ &= (RG + Rj\omega C + Gj\omega L - \omega^2 LC)^{1/2}\end{aligned}$$

De term RG verwaarlozen we omdat we de verliezen in de lijn klein zijn. Wanneer we dan in de vorige vergelijking alles delen door $\omega^2 LC$ bekomen we:

$$j\omega\sqrt{LC} \cdot \left(1 - \frac{Rj\omega C}{\omega^2 LC} - \frac{Gj\omega L}{\omega^2 LC}\right)^{1/2}$$

Wanneer we dan een reeksontwikkeling toepassen bekomen we volgende benadering:

$$j\omega\sqrt{LC} + \frac{1}{2} \cdot \left(R\frac{\sqrt{C}}{\sqrt{L}} + G\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C}}\right)$$

In deze vergelijking van γ hebben we α en β :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{1}{2} \left(R\sqrt{\frac{C}{L}} + G\sqrt{\frac{L}{C}}\right) \\ \beta &= j\omega\sqrt{LC}\end{aligned}$$

α is hier de verzwakkingsconstante en β de faseconstante.

De karakteristieke impedantie Z_c komt voort uit pagina 1.3 en is:

$$Z_c = \frac{V(z)}{I(z)}$$

Indien deze karakteristieke impedantie zuiver imaginair is hebben we geen verliezen over de lijn.

1.5 Overgang naar het tijdsdomein

De overgang naar het tijdsdomein is niet hetzelfde als een tijdsdomeinanalyse. We beschouwen een bron zonder overgangverschijnselen.

In de eerste vergelijking is V^+ een complex getal, dit wil zeggen dat we te maken hebben met een amplitude en een fase. In de tweede term van deze vergelijking zien we $e^{\alpha z}$ staan. Het positief zijn van z slaat op de negatieve richting waarin deze golf loopt. De factor $e^{j\beta z}$ is een propagatiefactor.

In de vergelijking van de lopende golf $\cos(\omega t - \beta z + \phi)$ zetten we ω voorop om $\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{\omega/\beta}\right) + \phi\right]$ te bekomen. We houden de fase constant en als t positief toeneemt, neemt z positief toe.

In de vrije ruimte is de fasesnelheid $3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$, wat gelijk is aan de lichtsnelheid. De benadering van deze fasesnelheid tot $\frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ bekomen we door de verliezen te verwaarlozen, dus door te stellen dat R en G ongeveer 0 zijn.

1.6 Effect van een belasting

Op de figuur stellen we de zender voor door een sinusoidale generator met een inwendige impedantie Z_G . Z_R is de antenne die uitzendt, dit is de ingangsimpedantie die meestal complex is.

We oriënteren de lengte steeds van bron naar belasting. We leggen $z = 0$ per conventie bij de belasting. De bron staat steeds op $z = l$.

Stel we kennen Z_c en γ , dan willen we de spanning en stroomsterkte berekenen langs de lijn. We kennen echter V^+ en V^- niet. Om deze te berekenen beginnen we steeds achteraan. De belastingsimpedantie bepaalt immers de reflectie.

In de tweede vergelijking is V_R de som van de invallende en gereflecteerde amplitude. De vergelijking van Z_R :

$$Z_R = \frac{V_R}{I_R} = Z_c \cdot \frac{V^+ + V^-}{V^+ - V^-}$$

bekomen we door toepassing van de wet van Ohm, welke stelt dat de verhouding van V over I gelijk is aan de impedantie.

1.7 Reflectiecoëfficiënt

In termen van de spanning is de reflectiecoëfficiënt de verhouding van de amplitude van de spanningsgolf die terugkeert over de amplitude van de spanningsgolf die invalt. Γ_R is de reflectiecoëfficiënt op de plaats van de belasting.

Uit de laatste vergelijking van Γ_R halen we dat als de belastingsimpedantie Z_R gelijk is aan de karakteristieke impedantie van de lijn Z_c , men geen reflectie zal hebben. De meeste zenders zijn heel gevoelig aan reflectie. Reflecties veroorzaken extra verliezen, wat natuurlijk zeer ongunstig is. Als we dan een combinatie krijgen van een lopende golf en een staande golf dan krijgen we pieken wat dan voor extra dissipatie zorgt.

Dus we moeten Z_R en Z_c gelijk maken, maar aangezien Z_R sterk frequentieafhankelijk is zal dit onmogelijk zijn voor alle frequenties.

1.8 Impedantie

De impedantie $Z(z)$ wordt plaatsafhankelijk. De afleiding van $Z(z)$ ziet er als volgt uit:

$$\begin{aligned} Z(z) &= \frac{V(z)}{I(z)} \\ &= \frac{V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z}}{\frac{1}{Z_c} (V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z})} \\ &= \frac{1 + \frac{V^-}{V^+} \cdot \frac{e^{+\gamma z}}{e^{-\gamma z}}}{\frac{1}{Z_c} \cdot \left(1 - \frac{V^-}{V^+} \cdot \frac{e^{+\gamma z}}{e^{-\gamma z}}\right)} \\ &= \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} \cdot Z_c \end{aligned}$$

Deze laatste uitdrukking van Z_c is gemakkelijker dan degene die volgt. Het bewijs dat stelt dat de laatste uitdrukking op pagina 1.8 gelijk is aan $Z(z)$ ziet er als volgt uit:

$$\begin{aligned}
 Z_c \cdot \frac{Z_R - Z_c \cdot th(\gamma z)}{Z_c - Z_R \cdot th(\gamma z)} &= \frac{Z_R - Z_c \frac{e^{\gamma z} - e^{-\gamma z}}{e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}}}{Z_c - Z_R \frac{e^{\gamma z} - e^{-\gamma z}}{e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}}} \cdot Z_c \\
 &= \frac{Z_R(e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) - Z_c(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z})}{Z_c(e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) - Z_R(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z})} \cdot Z_c \\
 \Downarrow Z_R &= Z_c \frac{V^+ + V^-}{V^+ - V^-} \\
 &= Z_c \frac{\frac{V^+ + V^-}{V^+ - V^-}(e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) - (e^{\gamma z} - e^{-\gamma z})}{(e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) - \frac{V^+ + V^-}{V^+ - V^-}(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z})} \\
 &= Z_c \frac{(V^+ + V^-)(e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) - (V^+ - V^-)(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z})}{(V^+ - V^-)(e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) - (V^+ + V^-)(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z})} \\
 &= \frac{V^+ e^{\gamma z} + V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{\gamma z} + V^- e^{-\gamma z} - V^+ e^{\gamma z} + V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{\gamma z} - V^- e^{-\gamma z}}{V^+ e^{\gamma z} + V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{\gamma z} - V^- e^{-\gamma z} - V^+ e^{\gamma z} + V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{\gamma z} + V^- e^{-\gamma z}}
 \end{aligned}$$

Wanneer we de laatste uitdrukking vereenvoudigen door tegengestelde termen weg te laten beko-
men we:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z}}{\frac{1}{Z_c} (V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z})}
 \end{aligned}$$

Deze uitdrukking is gelijk aan de uitdrukking waarmee we begonnen zijn.

1.9 Ingangsimpedantie

We vervangen hier het geheel van de transmissielijn door deingangsimpedantie Z_i . We merken ook nog eens op dat als de lijn verliesvrij is, $\gamma = j\beta$ en $th(\gamma z) = jtg(\beta z)$.

Deingangsimpedantie is slechts gelijk aan de karakteristieke impedantie als de lijn op het uiteinde is afgesloten op de karakteristieke impedantie. In dat geval is $\Gamma_R = 0$.

1.10 Bronbelasting

Op de figuur op pagina 1.10 zien we een spanningsdeler, waar V_G een sinusoidale spanningsbron is en Z_i deingangsimpedantie.

Maar langzaam tikt de klok, de tijd voorbij en zoeken we nog steeds naar V^+ en V^- .

$$\begin{aligned}
 V(z) &= V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{\gamma(z)} \\
 \Downarrow \quad \Gamma(z) &= \frac{V^-}{V^+} \frac{e^{\gamma z}}{e^{-\gamma z}} \\
 \Downarrow \quad V^- &= V^+ \Gamma(z) \frac{e^{-\gamma z}}{e^{\gamma z}} \\
 V(z) &= V^+ e^{-\gamma z} + V^+ \Gamma(z) e^{-\gamma z} \\
 V(z = -l) &= V^+ e^{\gamma l} (1 + \Gamma(-l))
 \end{aligned}$$

Met deze laatste uitdrukking werken we dan verder om V^+ te berekenen:

$$\begin{aligned}
 V^+ e^{\gamma l} (1 + \Gamma(-l)) &= \frac{Z_i}{Z_i + Z_G} V_G \\
 V^+ &= V_G e^{-\gamma l} \frac{Z_i}{Z_i + Z_G} \frac{1}{1 + \Gamma(-l)} \\
 &= V_G e^{-\gamma l} \frac{Z_c \frac{1 + \Gamma(-l)}{1 - \Gamma(-l)}}{(Z_c \frac{1 + \Gamma(-l)}{1 - \Gamma(-l)} + Z_G)(1 + \Gamma(-l))} \\
 \Downarrow \text{alles vermenigvuldigen met } &\frac{1 - \Gamma(-l)}{1 + \Gamma(-l)} \\
 &= \frac{V_G \cdot e^{-\gamma l} \cdot Z_c}{(Z_c + Z_G \frac{1 - \Gamma(-l)}{1 + \Gamma(-l)}) \cdot (1 + \Gamma(-l))} \\
 &= \frac{V_G e^{-\gamma l} Z_c}{Z_c + Z_c \Gamma(-l) + Z_G (1 - \Gamma(-l))} \\
 &= \frac{V_G e^{-\gamma l}}{1 + \Gamma(-l) + \frac{Z_G}{Z_c} - \frac{Z_G}{Z_c} \Gamma(-l)} \\
 &= \frac{V_G e^{-\gamma l}}{(1 + \frac{Z_G}{Z_c}) + (1 - \frac{Z_G}{Z_c}) \Gamma(-l)}
 \end{aligned}$$

Zo hebben we nu de uitdrukking voor V^+ , de amplitude van de + golf. We merken op dat deze golf ook bepaald is door de reflectiecoëfficiënt. We kunnen dus niet voorspellen wat V^+ gaat zijn.

1.11 Spanningsstaandegolfverhouding

De voltage standing wave ratio is de verhouding van de spanning langs de lijn. Door reflecties ontstaan er grote pieken, wanneer deze reflectiecoëfficiënt 50% bedraagt dan is de VSWR meteen $\frac{1.5}{0.5}$.

1.12 Toepassing 1

De 2 draadjes langs een lokale telefoonlijn zorgen voor een grote weerstand. De waarden van R, L en C moet je niet kunnen uitrekenen.

1.13 Toepassing 2

De transmissielijnparameters L, R, C en G van een coaxiale kabel moeten we wel kunnen berekenen.

Om de capaciteit te berekenen, redeneren we als volgt: We berekenen \vec{E} , binnen de middelste geleider is $E = 0$, buiten de buitenste ook, ertussen geldt:

$$\begin{aligned}\int_A A(\vec{E} \cdot \vec{A}) &= \frac{q}{\epsilon_0} \\ E \cdot 2\pi r \cdot h &= \frac{2\pi a \cdot \sigma \cdot h}{\epsilon_0} \\ E &= \frac{a\sigma}{\epsilon_0 \cdot r}\end{aligned}$$

Het potentiaalverschil tussen de twee geleiders is dan:

$$\begin{aligned}V &= V_1 - V_2 \\ &= -\left(\int_2^1 (\vec{E} \cdot d\vec{s})\right) \\ &= \int \left(\frac{q \cdot a}{\epsilon_0 r 2\pi a l} dr\right) \\ &= \frac{q}{\epsilon_0 r 2\pi l} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\end{aligned}$$

Zo komen we dan tot:

$$\begin{aligned}C &= \frac{q}{V} \\ &= \frac{\epsilon_0 2\pi l}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\end{aligned}$$

Met een diëlectricum ertussen wordt dit:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 2\pi l}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Voor de berekening van de weerstand gaan we als volgt tewerk:

$$\begin{aligned}
 R &= \int_a^b \frac{dl}{\int \sigma dA} \\
 &= \int_a^b \frac{dr}{\sigma 2\pi r l} \\
 &= \frac{1}{2\pi l \sigma} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right)
 \end{aligned}$$

Voor de inductantie tenslotte, geldt:

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{N\Phi}{I} \\
 \Phi_B &= \int (B \cdot dA) \\
 \int B \cdot ds &= \mu\mu_0 \cdot I \\
 \oint B ds &= 2\pi r B \\
 B &= \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} \\
 \Phi &= \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu\mu_0 l I}{2\pi r} \\
 \Phi &= \frac{\mu\mu_0 l I}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \\
 &\Downarrow \\
 L &= \frac{N \cdot \mu\mu_0 l I}{2\pi I} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)
 \end{aligned}$$

Zo kunnen we alle transmissielijnparameters berekenen.

1.14 Toepassing 2 (2)

In de eerste vergelijking is S de sectie. $2\pi a$ is de omtrek van de geleider, δ is het laagje waar de stroom vloeit, de skindikte en σ is de geleidbaarheid.

Er is een onderscheid tussen een gelijkstroomweerstand en wisselstroomweerstand. Als de frequentie stijgt dan vloeit er meer stroom naar de buitenkant van de geleider, dit is het skineffect. Voor berekeningen vervangen we dan de geleider door een dun laagje van binnen -en buitengeleider met dikte δ .

1.15 Toepassing 3

In de linkerfiguur is gegeven, de doorsnede, de permeabiliteit, de breedte, de dikte. Als we de capaciteit van het stukje willen berekenen geeft dit problemen daar er aan de rand geen mooie veldlijnen liggen. Om dit op te lossen vervangen we dit door een equivalent model: de breedte is iets groter. ϵ_{eff} is hier de effectieve permeabiliteit. De breedte is nu aangepast door uitwaaiering. Wil je nu C kennen, gebruik dan de configuratie op de rechter figuur.

Uit de oude doos: magnetische veldlijnen zijn gesloten en staan loodrecht op de elektrische veldlijnen.

1.16 Tijdsdomeinanalyse

Spanningsbron V_S is een gelijkspanningsbron. In de onderste twee vergelijkingen is f een willekeurige functie afhankelijk van wat je aanlegt (bron en schakelaars). f^- loopt in de negatieve richting.

1.17 Tijdsdomeinanalyse (2)

De eerste vergelijking van f_1^+ bekomen we door toepassing van de tweede wet van Kirchoff. De eerste golf ($i_1(t)$) loopt zowiezo in de positieve z-richting.

$Z_i \neq Z_c$, waarom hier wel? Op de vorige pagina's hadden we het eeuwige, de bron was er altijd geweest. Hier is de golf nog nooit op het einde geweest, hij ziet enkel de lijn.

1.18 Tijdsdomeinanalyse (3)

Stel de golf komt aan bij de belasting, de spanning moet dan gelijk zijn aan V_R

$$\begin{aligned}\frac{Z_R}{Z_c} f_1^+ - f_1^+ &= f_1^- + \frac{Z_R}{Z_c} f_1^+ \\ f_1^- &= \frac{(\frac{Z_R}{Z_c} - 1) f_1^+}{1 + \frac{Z_R}{Z_c}} \\ &= \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c} f_1^+\end{aligned}$$

1.19 Tijdsdomeinanalyse (4)

Als Z_s nu geen 50Ω zou zijn, hebben we weer reflectie.

$$\begin{aligned}
 v_s(t) - i_1(t) \cdot Z_s &= v_1(t) \\
 v_s(t) - (f_1^- - f_1^- + f_2^+) \frac{Z_s}{Z_c} &= f_1^+ + f_1^- + f_2^+ \\
 v_s(t) - \left(\frac{Z_s}{Z_c} + 1\right)(f_1^+ + f_2^+) &= -\frac{Z_s}{Z_c} f_1^- + f_1^- \\
 \left(\frac{Z_s + Z_c}{Z_c}\right)(f_1^+ + f_2^+) &= v_s(t) + \frac{Z_c - Z_s}{z_c} f_1^- \\
 f_1^+ + f_2^+ &= v_s(t) \frac{Z_c}{Z_s + Z_c} + \frac{Z_c - Z_s}{Z_s + z_c} f_1^-
 \end{aligned}$$

1.20 Tijdsdomeinanalyse (5)

Als $Z_s \neq 50\Omega$ dan $f_2^+, f_2^-, f_3^+, f_4^-, \dots$

Hoofdstuk 2

Impedantietransformatie -en aanpassing

2.1 Impedantietransformatie -en aanpassing

De Smith-kaart lijkt verouderd, maar is de beste visuele voorstelling.

We stellen ons de vraag of we Z_c en Z_i kunnen kiezen? Z_i is nooit constant in functie van de frequentie. Bij reflectie raken we een deel van het vermogen kwijt. We krijgen ook staande golven: hoe groter de pieken, hoe meer kans op overslag.

2.2 Genormaliseerde impedantie

Normaliseren is het losmaken van Z_c : delen door de karakteristieke impedantie. Dit vormt echter wel een probleem als we een overgang hebben van Z_{c1} naar Z_{c2} . We moeten dan eerst denormaliseren t.o.v. Z_{c1} en daarna normaliseren t.o.v. Z_{c2} .

Wanneer er kleine letters gebruikt worden, hebben we te maken met genormaliseerde grootheden. Er is een eenduidig verband tussen plaats en reflectiecoëfficiënt. Je kan echter heel veel waarden hebben, je moet ook kortsluitingen kunnen voorstellen. Je moet ook de waarde ∞ kunnen voorstellen: dus carthesisch is niet mogelijk. De kleinste waarde die de reflectiecoëfficiënt kan hebben is 0, de grootste waarde 1.

Beweeg je je in het complexe γ -vlak: cirkel met straal 1, alles ligt hier dus in. Hier kan je dus alles voorstellen, daarom gebruiken we het complexe γ -vlak.

2.3 Complexe $\Gamma(z)$ -vlak

In de meetkundige plaats hebben we een cirkel met straal $\frac{1}{r+1}$. Dit heeft tot gevolg dat wanneer het reëel groter wordt de straal krimpt. Wanneer r oneindig wordt gaat de straal naar 0.

2.4 Smith-kaart (1)

Wanneer we op de Smith-kaart langs de lijn naar de generator toe bewegen draaien we met de wijzers van de klok mee, bewegen langs de lijn naar de belasting toe gebeurt echter in tegenwij-

zerzin. Hoe weten we dit? Stel we vertrekken vanuit de belasting en we gaan naar de generator toe. Hoe kunnen we ons dit inbeelden? Wel, de genormaliseerde impedantie bestaat uit een reëel en een imaginair deel.

$$\Gamma(z) = \frac{z-1}{z+1} \text{ als } z \text{ negatiever wordt}$$

$$\Gamma(z) = \Gamma_R e^{2\gamma z}$$

Bij deze laatste vergelijking hoort de redenering dat we in het complexe vlak weten waar we de fase uitdrukken. Als $\gamma = \alpha + j\beta$ nu zuiver imaginair is ($\alpha = 0$), zijnde dus een situatie zonder verliezen, dan kunnen we stellen dat $\Gamma(z) = \Gamma_R e^{2j\beta z}$. Wat gebeurt er nu met de hoek ϕ (in het (u, v) -vlak) wanneer we ons naar de generator toe bewegen? $z\omega$ neemt toe in absolute waarde, maar wordt wel steeds negatiever, dus bewegen we ons in uurwijzerzin!

2.5 Smith-kaart (2)

Als je de impedantie aanpast, weet dan dat bewegen naar het centrum een goede aanpassing is! Verder valt op te merken dat de situatie van een kortsluiting zijn voordoet wanneer zowel reëel als imaginair deel gelijk zijn aan nul, vanzelfsprekend is dan ook $z = 0$. Voor een open keten geldt $\Gamma(z) = -1 + 0j$.

2.6 Impedantietransformatie (1)

Uiteindelijk willen we de ingangsimpedantie vinden. Via $\Gamma(z = -l) = \Gamma_R e^{-j2\frac{2\pi}{\lambda}l}$ kunnen we afleiden dat we door $l = \frac{\lambda}{2}$ te kiezen in deze uitdrukking $e^{-j2\pi}$ verkrijgen. Dit betekent dat 1 volledige omwenteling op de Smithkaart overeenkomt met een halve golflengte.

2.7 Impedantietransformatie (2)

Korte verduidelijkingen bij enkele berekeningen:

- $Z_R = (25 - j100)\Omega$, dan delen door $Z_C = 50\Omega$ en je bekomt $z_R = 0,5 - j2$.
- $\Gamma_R = \frac{z_R - 1}{z_R + 1} = 0,52 - 0,64j$. De absolute waarde hiervan is 0,82 en de hoek $-0,88848 \text{ rad} = -50^\circ 54' 22,108''$
- De rotatie van z_R naar z_i gebeurt in de richting van de generator. Hierbij verandert enkel de fase. Je passer dient met z 'n punt pal in het midden te staan.
- Er dient geroteerd te worden over $0,306\lambda$. Aangezien we weten dat $0,5\lambda = 360^\circ$, volgt hieruit dat $0,306\lambda = 220^\circ$.

2.8 Admittanties (1)

De admittantie $y(z) = (z(z))^{-1}$ is de inverse van de impedantie en dient gebruikt te worden bij parallelschakelingen. In principe kan je twee aparte smithkaarten gebruiken, eentje voor de admittantie en eentje voor de impedantie, maar in de cursus en oefenzittingen wordt meestal verkozen om te werken op één en dezelfde kaart. Wanneer je dan overgaat van een impedantie naar een admittantie of omgekeerd, dien je over te schakelen naar het diametraal gelegen punt op je smithkaart.

2.9 Admittanties (2)

In principe kan je voortdurend switchen van admittantie naar impedantie en vice-versa, zoals wordt gedaan in de figuur in de cursus. Voor de volledigheid vermelden we nog dat $y = \frac{1}{z} = 0,117647 + 0,4706i$. Merk op dat de reflectiecoëfficiënt van teken wisselt bij het omschakelen.

2.10 Impedantie-aanpassing (1)

We gaan nu een impedantie-aanpassing doorvoeren, uiteindelijk is het doel om aan de open kant (zie figuur in cursus) 50Ω te willen 'zien' en vooral reflectie te vermijden. We gaan hiervoor als volgt te werk: we schakelen een impedantie in parallel, waardoor we kunnen verwachten dat we aanpassingen verrichten op de lijn achter waar je parallel schakelt. Stel namelijk dat $z_C \neq z_R$, met als resultaat reflectie. Er wordt dan een plaats gezocht, zodat z_R en de parallelschakeling gecombineerd ervoor zorgen dat we geen reflectie meer krijgen, omdat het geheel wèl gelijk is aan z_C . Op het deel voor de parallelschakeling is er dan geen reflectie meer, de zender ontvangt dus geen reflectie van het vermogen meer.

2.11 Impedantie-aanpassing (2)

In een electronicacircuit wordt de belasting aangepast aan de inwendige belasting van de bron. Bij een enkelvoudige stubuitvoering met parallelschakeling zoals hier gebruikt dienen we te zeggen dat ze eerder theoretisch is, je kan namelijk niet standaardiseren. Het is namelijk eenvoudig wanneer je gewoon een component kan inschakelen, maar je zal steeds afhankelijk van de lengte de correcte plaats moeten bepalen. Wat echter de relatie ook is, een aanpassing is altijd mogelijk. Je transformeert y_R van de belasting naar y_1 zodat y_1 van de vorm $y_1 = 1 - jb_2$ wordt. Belangrijk is dat het reëel deel gelijk is aan 1, zodat $z_R = z_C!$ Dan compenseer je met de parallelle lijn, die je analytisch kan bepalen of via de Smithkaart.

Samengevat krijg je dus voor je stub een deel met genormaliseerde admittantie = 1, als parallelle lijn kies je een kortgesloten of open tak, waardoor je ervoor zorgt dat je enkel het imaginair deel van de admittantie wijzigt en er niets gereflecteerd wordt. Bij een kortsluiting is namelijk de reflectiecoëfficiënt = -1, bij een open keten is dit reflectiecoëfficiënt = 1.

2.12 Impedantie-aanpassing (3)

We bewegen naar de bron toe, dus moeten we bewegen tot een cirkel met reëel deel 1. Dus, bij het overgaan van y_R naar y_1 bewegen we op een cirkel, Γ varieert daardoor opnieuw enkel qua fasehoek. We kijken waar deze boog de cirkel met $y = 1$ als reële waarde snijdt. De afgelegde boog blijkt dan 80° te zijn, of $0,111\lambda$. Dit wil zeggen dat we vanuit de belasting $0,111$ golflengtes naar voor dienen te bewegen en daar onze parallellijn moeten plaatsen. Merk op dat voor elke andere belasting z_R er een andere lengte en admittantie gevonden zal worden.

Door de aanpassing krijg je nu in het originele deel van de transmissielijn, aan de bronzijde links van de parallellijn, geen reflectie meer omdat de golven mekaar hier compenseren. Aan de kant van de belasting blijft de reflectiecoëfficiënt dezelfde als voordien. In de parallellijn zelf krijg je 100% reflectie.

2.13 Dubbele stubaanpassing

We laten nu twee vrijheidsgraden toe, namelijk de lengtes l_1 en l_2 . Merk op dat d dus vast ligt en we twee stukjes coaxiale lijn op een afstand d van mekaar hebben. We dienen dus een extra component tussen te schakelen, dit is echter niet zo eenvoudig en ook niet altijd mogelijk. De afstand d dient gunstig te zijn, eventueel kan je zelfs een drievoudige stub toevoegen. Merk op dat de admittantie links van de parallellijn het verst van de belasting weg nu zuiver imaginair dient te zijn, en dat y_B nu een reëel deel gelijk aan 1 dient te hebben.

2.14 Dubbele stubaanpassing (2)

Op de Smithkaart gaan we nu als volgt tewerk, we veronderstellen dat de afstand tussen de stubs gelijk is aan $d = \frac{\lambda}{8}$, wat dus overeenkomt met een rotatie over 90° , aangezien 360° overeenkomt met $\lambda/2$. We roteren dus de cirkel met reëel deel gelijk aan 1 (y_B moet op deze cirkel liggen want het reëel deel moet gelijk zijn aan 1.) over 90° in tegenuurwijzerzin (we werken met admittanties, dus niet uurwijzerzin!). Dan tekenen we het punt y_R en bewegen we vandaaruit naar het punt y_A , waarbij we dit laatste punt vinden wetende dat het reële deel in beide punten gelijk blijft (0.3), er wordt namelijk enkel een imaginair stuk toegevoegd. We zoeken dus het snijpunt van de lijn met reële delen 0.3 en de geroteerde cirkel en vinden zo y_A . Door dit punt terug te roteren vind je dan ook y_B .

2.15 Dubbele stubaanpassing (3)

Via een grafische techniek wordt aangetoond in de cursus hoe je voor sommige tussenafstanden d , geen bruikbare dubbele stubaanpassing kan vinden die bruikbaar is. De geroteerde cirkel (stippellijn), raakt nog net aan de gearceerde cirkel, de punten binnen deze cirkel zijn onbereikbaar. Dit onbereikbare gebied kan verkleind worden door de tussenafstand d te verkleinen of door gebruikt te maken van een drievoudige stub, wat ook een betere optie is.

2.16 $\frac{\lambda}{4}$ -transformator

Een andere techniek die eenvoudig en interessant is, is die van de $\frac{\lambda}{4}$ -transformator. Door namelijk $l = \frac{\lambda}{4}$ te kiezen wordt $\beta l = \frac{\pi}{2}$ en dus wordt de tangens hiervan in de limiet oneindig. Hieruit volgt dan dat $Z_i = \frac{Z_2^2}{Z_1}$, of via $Z_i = Z_1$ ook dat $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_R}$. Merk op dat Z_2 reëel moet zijn, een imaginair deel kan je in de praktijk niet toevoegen.

2.17 Toepassing 1: Microstripantenne

Bij 3 GHz, de resonantiefrequentie, wordt er een kwart-golflengtetransformator ontworpen. Maar bij een wijziging van de frequentie verandert Y_R qua imaginair deel en $\lambda/4$ verandert tenopzichte van de fysische lengte. Je dient dan Z_2 te hernormaliseren ten opzichte van Z_1 en te bestuderen hoever Z_2 afwijkt tenopzichte van Z_1 . Merk op dat de origineleresonantiefrequentie van 3 GHz zelf te kiezen is door het wijzigen van de inductantie L en capaciteit C , Y_R wordt dan gevonden als de som van deze drie admittanties.

2.18 Toepassing 2: Vermogenverdeling

Hier zoeken we Z_2 zodat het vermogen evenredig verdeeld wordt en zodat $Y_A + Y_B = \frac{1}{50}$. Je vindt Z_2 uiteindelijk als $Z_2 = \sqrt{100 \cdot 150} = 122,47 \Omega$

2.19 Vermogenverdeling (2)

De vermogenverdeling hoeft echter niet exact fifty-fifty te zijn, door het oplossen van het stelsel met vergelijkingen $P_A = a = \frac{Y_A}{Y_A + Y_B}$, $P_B = b = \frac{Y_B}{Y_A + Y_B}$ en $Y_A + Y_B = \frac{1}{Z_1}$ kunnen we Y_A en Y_B berekenen. De vermogenverdeling over beide takken kan je schrijven als $P = V \cdot I_i = \frac{V^2}{R_i} = G_i \cdot V^2$, waarbij je weet dat de spanning over beide takken dezelfde is, de stroom zal zich dus verdelen volgens de impedanties.

2.20 Vermogenverdeling (3)

De eerder besproken techniek kan nu uitgebreid worden door dit principe meerdere keren na mekaar uit te voeren. Elk knooppunt in de boomstructuur is een vermogendeler. Merk trouwens op dat slechts de helft van de boom is getekend.

Hoofdstuk 3

Vlakke golven in onbegrensde media

3.1 Vlakke golven in onbegrensde media

Een kort overzichtje van de leerstof is hier op zijn plaats:

- De eerste twee hoofdstukken gingen over spannings-/stroomgolven als inleiding.
- Hoofdstuk 3 zal handelen over elektromagnetische golven in media zonder overgangen.
- In hoofdstuk 4 is er wel sprake van overgangen, met loodrechte inval.
- In hoofdstuk 5 komt ook schuine inval aan bod.
- Hoofdstuk 6 bekijkt golven binnen geleidende wanden.
- Gelijkaardig aan hoofdstuk 6 is hoofdstuk 7, maar dan met diëlectrica.
- Hoofdstuk 8 bekijkt straling. Vertrekkend van een micro-antenne.
- Uiteindelijk komen de werkelijke antennes aan bod in hoofdstuk 9.

3.2 Frequentiedomein

We werken met een complexe analyse, de overgang naar andere grootheden is gekend voor complexe stromen en spanningen, maar is ook nodig voor veldgrootheden. Scalaire en vectoriële grootheden zijn nu afhankelijk van drie plaatsgrootheden x , y en z en vertonen een sinusoidale tijdsafhankelijkheid. We berekenen dus $\rho(x, y, z)$ als een complexe ladingsdichtheid, hierin zit de amplitude en de fase. Deze zijn beiden vereist als voorstelling. $e^{j\omega t}$ stelt gewoon het sinusoidaal tijdsgedrag voor. Let erop dat je duidelijke overgangen maakt, werk dus ofwel in de tijd ofwel in het frequentiedomein. Een combinatie van beiden heeft geen nut!

3.3 Frequentiedomein (2)

De overgangen zijn nu complexer, probeer deze vooral niet fysisch voor te stellen, het is vooral een rekenformalisme. Wanneer je de vector uitschrijft, merk dan op dat x , y en z reeds complexe grootheden zijn: $E(x, y, z) = (\epsilon_x(x, y, z)e^{j\phi_x(x, y, z)}, \epsilon_y(x, y, z)e^{j\phi_y(x, y, z)}, \epsilon_z(x, y, z)e^{j\phi_z(x, y, z)})$. Alle componenten hiervan zijn scalaire grootheden.

3.4 Concept uniforme, vlakke golf

Voor een uniforme, vlakke golf zijn de vlakken van constant fase platte vlakken die tot in het oneindige zijn uitgestrekt. Ook overal in zulk een vlak is er een constante amplitude, wat fysisch onmogelijk is. Een eindige amplitude over een oneindig vlak zou een energieinhoud oneindig geven en dit kan nooit worden opgewekt door eender welke bron. We gebruiken het enkel als benadering. Merk op dat het vlak van constante fase ook sferisch kan zijn, namelijk bij sferische vlakken.

Het medium wordt beschouwd als zijnde onbegrensd (geen overgangen), lineair, tijdsinvariant en homogeen. Dit zijn normale beperkingen. De voorwaarde van isotropie is wel een technische beperking. Meestal zijn de elektrische eigenschappen van een medium afhankelijk van de richting waarin je kijkt, zijnde anisotroop. Meestal zal beschouwd worden dat een medium niet frequentieafhankelijk is, een temperatuursafhankelijkheid zal zelfs helemaal niet aan bod komen. Wanneer de temperatuur verandert, veranderen namelijk de elektromagnetische eigenschappen wat het probleem sterk complex maakt.

3.5 Concept uniforme, vlakke golf (2)

Het probleem wordt hier besproken in carthesische coördinaten, maar vanzelfsprekend kan dit ook in sferische of cilindrische coördinaten. De vectoren \vec{E} en \vec{H} wekken samen een elektromagnetische golf op. Belangrijk hierbij zijn de parameters van het medium, namelijk de permeabiliteit μ , de permittiviteit ϵ en de geleidbaarheid σ , deze worden meestal relatief uitgedrukt ten opzichte van droge lucht (μ_0 en ϵ_0). Merk op dat bijvoorbeeld μ_r dan dimensieloos moet zijn!

3.6 Golfvergelijking

We veronderstellen geen bronnen, er wordt dus nergens een golf opgewekt. We dienen $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E})$ te berekenen en weten uit de cursus analyse dat $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$. De eerste term wordt nul (divergentie van $\vec{E} = 0$) en de tweede term is de laplaciaan, die we kunnen berekenen als de tweede orde afgeleide naar x plus de tweede orde afgeleide naar y plus de tweede orde afgeleide naar z . Zo kom je tot de golfvergelijking voor het elektrisch veld:

$$\nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \vec{E} = 0$$

σ wordt gelijk gesteld aan nul, waardoor de term α verdwijnt. Wanneer de geleidbaarheid gelijk is aan nul zijn er geen verliezen in het medium, vandaar is $\gamma = j\beta$.

3.7 Uniforme, vlakke golf

De uniformiteit vereist dat de vlakken van constante fase loodrecht op de z -richting staan en in deze vlakken mag het veld niet veranderen. De golfvergelijking wordt dan toegepast op een vlakke golf, hierbij zijn zowel γ , C_1 als C_2 complex. In het algemeen krijgen we geen plaatsafhankelijkheid. De parameter α bepaalt wat er met de amplitude gebeurt, als $\sigma = 0$ zal ook α nu zijn en blijft de amplitude van de golf constant. β is de fasefactor en bepaalt hoe de fase varieert. Om van $E_x(z)$ over te gaan naar $\epsilon_x(z, t)$ dien je eerst te vermenigvuldigen met $e^{j\omega t}$ en dan het reëel

deel te nemen. $\epsilon_x(z, t)$ stelt dan de x component in het elektrisch veld voor. Wanneer hierbij C_1 complex is ($C_1 = C_0 e^{j\phi}$), dan moet de fase in een cosinus functie komen te staan.

3.8 Propagatieconstante

Opnieuw, wanneer $\sigma = 0$, dan zal ook $\alpha = 0$, er zijn dan geen vrije elektronen die door een veld kunnen bewegen. De golf kan in dit geval geen energie dissiperen in het medium. In deze situatie zal $\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$. Er zijn dus geen verliezen, noch verzwakkingen bij een geleidbaarheid nul en dit heeft ook invloed op de propagatie (β). De fasesnelheid is dan gelijk aan $\frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = c$ lichtsnelheid. Voor een geleidbaarheid $\sigma \neq 0$ is deze term niet meer constant en hebben we een dispersief medium. De verliezen hebben dus een dubbel effect, zowel op de amplitude als op de fase.

3.9 Intrinsieke impedantie

Enkele korte verduidelijkingen bij deze slide, $j\omega\epsilon\vec{E}$ is de verplaatsingsstroom en η_c stelt de intrinsieke impedantie voor. Merk op dat voor $\sigma = 0$ geldt dat $\eta_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ en dat in de vrije ruimte kan gesteld worden dat $\eta_{\text{vrije ruimte}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$

3.10 Magnetisch Veld

Bij de afleiding van het magnetisch veld berekenen we de rotor van het elektrisch veld, je hebt hiervoor de afgeleiden naar x , y en z nodig. Voor de volledigheid geven we daarom ter herinnering de componenten van de rotor van de vector \vec{a} :

$$\begin{aligned}(\vec{\nabla} \times \vec{a})_x &= \nabla_y a_z - \nabla_z a_y = \frac{\delta a_z}{\delta y} - \frac{\delta a_y}{\delta z} \\(\vec{\nabla} \times \vec{a})_y &= \nabla_z a_x - \nabla_x a_z = \frac{\delta a_x}{\delta z} - \frac{\delta a_z}{\delta x} \\(\vec{\nabla} \times \vec{a})_z &= \nabla_x a_y - \nabla_y a_x = \frac{\delta a_y}{\delta x} - \frac{\delta a_x}{\delta y}\end{aligned}$$

Bij de vector \vec{E} is echter enkel de component E_x niet nul, Bijgevolg is $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\delta}{\delta z}(E_x(z))$. Bij een elektrisch veld in de x -richting hoort een magnetisch veld in de y -richting. Merk op dat er een faseverschil kan zijn tussen \vec{E} en \vec{H} . Ook tussen een spanningsgolf en een stroomgolf is dit zo. Wanneer η_c complex is (in het geval waarbij er dus verliezen zijn!) krijgt men een faseverschuiving.

3.11 Interpretatie

Elke geleider wordt een geleider of isolator als je de frequentie maar ver genoeg opdrijft of vermindert. Merk op dat $\sigma = \infty$ gelijk staat met een perfecte geleider.

3.12 Verliestangens

De tekening is ietwat misleidend, de parameters blijven namelijk niet constant, de tekening is enkel theoretisch! Op de tekening zie je echter wel dat je zowel een goede isolator of geleider kan krijgen: wanneer de frequentie laag genoeg is krijg je een goede geleider, zo gebruikte men vroeger de zee als teruggeleider. Wanneer de de frequentie hoog genoeg is (σ en ϵ blijven constant) dan krijg je een isolator. Een goede geleider heeft typisch een breed frequentiegebied.

3.13 Diëlectrica (1)

Extra uitleg bij de microgolfoven: water is zeer polarisatiegevoelig bij de frequentie 2.45 GHz. Hierdoor warmt water zo snel op. Aan σ ligt dit absoluut niet! ϵ_p'' en σ scheiden is echter zeer moeilijk. σ is zeer klein. Dikwijls geeft men gewoon ϵ_p'' en deze wordt dus gewoon niet gescheiden.

3.14 Diëlectrica (2)

Fysisch kunnen we drie fenomenen onderscheiden, namelijk op moleculair (dipolair) niveau, op atomair (ion) niveau en op elektronenschaal (elektronen). Al naargelang het medium verschillen de posities van de "resonantie" pieken.

3.15 Geleiders

α en β zijn gelijk omdat de projecties op de reële en imaginaire as onder een hoek van 45° natuurlijk gelijk zijn. Merk verder op dat de fasesnelheid niet constant is, maar afhankelijk is van de frequentie, deze vertoont namelijk typisch $\sqrt{\omega}$ -gedrag. Zware dispersie treedt op aangezien de snelheid van de golf zeer frequentiegevoelig is. De indringdiepte wordt soms ook wel skin-dikte genoemd.

3.16 Poynting theorema (1)

Het Poynting theorema, waarvan de berekeningen trouwens niet zo belangrijk zijn, zou je in principe kunnen zien in een apart hoofdstuk. Maak het vectorieel product van \vec{E} en \vec{H} en integreer dit. Dit vectorproduct heeft een eenheid $[W/m^2]$ en geeft je dus een vermogen per oppervlakte-eenheid. Integreer dit dan over de oppervlakte en je bekomt als reëel deel een vermogenbalans van het actief vermogen en als imaginair deel een vermogenbalans van het reactief vermogen.

3.17 Poynting theorema (2)

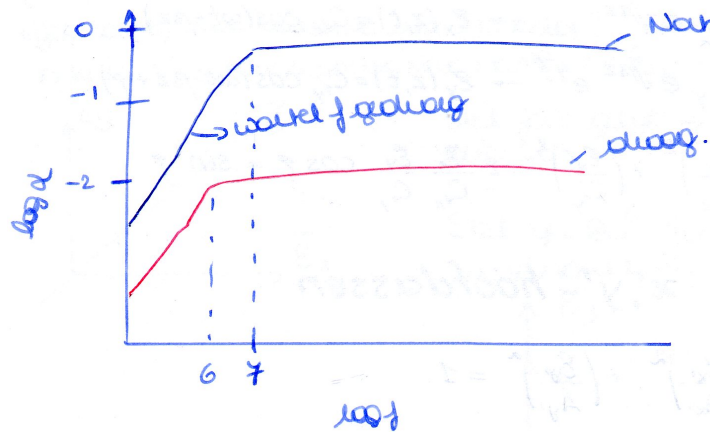
We bekijken nu de hoeveelheid opgeslagen elektrische energie, binnen het volume zit namelijk zowel elektrische als magnetische energie. De Poynting-vector lijkt complex, maar is een rekenmiddel hiervoor. Vergeet de factor $1/2$ niet in deze formule, je dient namelijk met effectieve grootheden te werken.

3.18 Compositie van uniforme vlakke golven

In en willekeurige richting maak je een samenstelling van de x- en y-richting. Wederom hoeft de fase niet dezelfde te zijn. We vragen ons nu af hoe de elektrische velden veranderen in de tijd. We veronderstellen sinusoidaal tijdsafhankelijk, maar wat gebeurt er dan met de superpositie van ϵ_x en ϵ_y ? Stel dat de fase van beide velden gelijk is, dan beweegt \vec{e} op die lijn. Stel echter $\phi = 90^\circ$ met bijvoorbeeld de ene vector nul en de andere maximaal, dan draait het geheel op een cirkel en krijgen we dus een circulaire polarisatie. In het algemene geval zal je echter een ellips verkrijgen.

3.19 Toepassing 1: Propagatie in aarde

Onderstaande figuur toont de evolutie van $\log(\alpha)$ in functie van de frequentie, waarvan sprake (maar nergens getekend) in de cursus. Merk het typische \sqrt{f} gedrag op voor lage frequenties.



3.20 Toepassing 2: Communicatie onder water

Via een gelijkaardige analyse als bij toepassing 1 laten we nu een verzwakking toe. Ditmaal 120 dB. We merken dan dat na een tiental meter onder water de verzwakking constant blijft.

Hoofdstuk 4

Loodrechte inval op meerlagenstructuur

4.1 Loodrechte inval op meerlagenstructuur

Om de formules beperkt te houden wordt er slechts met een drielagenstructuur gewerkt. Het transmissielijnequivalent zal heel nuttig blijken, aangezien het een gemakkelijker manier geeft om te rekenen.

4.2 Elektromagnetisch model

De geleidbaarheid is hier niet persé gelijk aan nul, dus eventueel hebben we te maken met diëlectrica met verliezen. Het magnetisch veld staat in ieder geval loodrecht op de propagatie en loodrecht op het elektrisch veld.

4.3 Uniforme, vlakke golven: Oplossingsmethodes

Er zijn hoofdzakelijk twee oplossingsmethodes, namelijk werken via het tijdsdomein of via het frequentiedomein. Bij de intuïtieve tijdsdomeinanalyse redeneren we dat aan elk scheidingsvlak een deel van de golf wordt gereflecteerd en een deel wordt doorgelaten. We tellen dan op alle plaatsen alle doorgelaten en gereflecteerde golven op en trachten zo tot een globaal beeld te komen. Hoewel deze methode effectief toepasbaar is, bekijken we toch de frequentiedomeinanalyse, die meteen de eindsituatie bekijkt in plaats van alle golven apart. We krijgen dan een invallende golf links, een globale golf naar rechts en een globale golf naar links.

4.4 Uniforme, vlakke golven: Uitwerking

We beschouwen in medium 1 de invallende golf en de gereflecteerde golf aan de overgang tussen medium 1 en medium 2 op $z = -d$. Merk op dat Γ_{eff} de globale effectieve reflectiecoëfficiënt voorstelt die intermen van elektrische velden niet overeenkomt met een vermogenreflectiecoëfficiënt, maar wel met een spanningsreflectiecoëfficiënt, de eenheid hiervan is namelijk $[V/m]$. Merk tevens op dat de elektrische velden volgen x geördiënteerd zijn, de magnetische volgens y .

4.5 Uniforme, vlakke golven: Oplossingsmethode (2)

In medium 2 zijn er opnieuw twee golven, een invallende en een gereflecteerde. Γ_{23} is nu een lokale reflectiecoëfficiënt die enkel bepaald wordt door de eigenschappen van medium 2 en medium 3.

4.6 Uniforme, vlakke golven: Oplossingsmethode (3)

T_{eff} staat hier voor de globale transmissiecoëfficiënt van de gehele meerlagenstructuur en zal uiteindelijk berekend worden door de velden onderling te vergelijken.

4.7 Randvoorwaarden $z = -d$

In de vorige slides werden onderweg vier onbekenden (E_{20} , Γ_{eff} , Γ_{23} en T_{eff}) ingevoerd, door nu de randvoorwaarden te gebruiken kunnen we deze onbekenden berekenen, we beschouwen hierbij trouwens geen extra bronnen. Het tangentiëel magnetisch veld wordt continu beschouwd, maar eventueel kan dit ook discontinu zijn wanneer er bijvoorbeeld een stroomlijn op de scheiding zou liggen. Merk op dat het teken bij Γ_{eff} verschillend is waardoor het magnetisch veld in de andere richting is gepositioneerd ten opzichte van het elektrisch veld.

4.8 Randvoorwaarden $z = 0$

Op een gelijkaardige manier beschouwen we nu de randvoorwaarden op $z = 0$, dus tussen de media 2 en 3.

4.9 Oplossing

De oplossingen worden berekend, belangrijk is dat je opmerkt dat de lokale reflectiecoëfficiënt Γ_{23} bepaald wordt door het verschil van de karakteristieke impedanties gedeeld door de som ervan. Verder werken we met een vermogenbalans, de som van de vermogendichtheden moet namelijk steeds kloppen, we beschouwen namelijk geen verliezen in medium 2. De vermogendichtheden kan je halen uit de Poynting-vector: $\frac{1}{2}\vec{E} \times \vec{H}$. Dus kunnen we stellen dat

$$1 - |\Gamma_{eff}|^2 = \frac{\eta_1}{\eta_3} |T_{eff}|^2$$

Wat er eenvoudigweg op neer komt dat alles wat niet gereflecteerd wordt, volledig door het geheel voortplant. Het gereflecteerde deel is $|\Gamma_{eff}|^2$ en het doorgezonden deel wordt gegeven door $\frac{\eta_1}{\eta_3} |T_{eff}|^2$.

4.10 Oplossing verliesvrije media

η wordt gegeven door

$$\eta = \frac{\sqrt{\mu/\epsilon}}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\epsilon\omega}}}$$

Omdat er geen verliezen zijn, worden η_1 , η_2 en η_3 reëel, want in dit geval is $\sigma = 0$. γ_2 is zuiver imaginair want $\gamma_2 = \sqrt{j\mu\omega(\sigma + j\omega\epsilon)}$, dus in het verliesvrije geval wordt dit $\gamma_2 = \sqrt{-\mu\omega^2\epsilon} = j\beta_2$.

4.11 Oplossing 2 media

Stel dat we nu toch slechts twee media gebruiken in plaats van drie, dan kunnen we bijvoorbeeld media 2 en 3 gelijkstellen door de afstand d op oneindig te stellen. Omdat nu $\eta_2 = \eta_3$ wordt $\Gamma_{23} = 0$. De formules voor Γ_{eff} en T_{eff} kan je grondig vereenvoudigen door eveneens rekening te houden met de eerder gestelde gelijkheid. Merk trouwens op dat

$$\Gamma_{\text{eff}} + T_{\text{eff}} = \frac{2\eta_1}{\eta_1 + \eta_2} + \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_1 + \eta_2} = 1$$

4.12 Medium 3 perfect geleidend

Wordt medium 3 perfect geleidend, dan geldt $\sigma_3 = \infty$ en $\eta_3 = 0$. Belangrijk effect is nu dat $\Gamma_{\text{eff}} = 0$, er is namelijk van geen doorgang meer sprake, er kan niets binnendringen in dit derde medium. Beschouwen we opnieuw medium 2 verliesvrij, dan geldt $\Gamma_{\text{eff}} = 1$, dit wil zeggen dat alles wat in medium 2 invalt, terugkeert.

4.13 Geringe Reflecties

In de uitdrukking voor de globale reflectiecoëfficiënt

$$\Gamma_{\text{eff}} = \frac{\Gamma_{12} + \Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d}}{1 + \Gamma_{12} \Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d}}$$

valt de tweede term in de noemer meestal te verwaarlozen omdat het product van de reflectiecoëfficiënten meestal een orde kleiner is indien we deze lokale reflectiecoëfficiënten in absolute waarden kleiner dan 1 veronderstellen. Door nu de lokale reflectiecoëfficiënten naar voren te transformeren wordt nu voor een N lagen structuur een globale reflectiecoëfficiënt anders opgebouwd.

4.14 Transmissielijnequivalent

We beschouwen een oneindig lange transmissielijn, waarbij we elk medium vervangen door een stukje transmissielijn met dezelfde karakteristieke impedantie, lengte en propagatieconstante.

4.15 Transmissielijnequivalent (2)

De impedantie wordt berekend aan de overgang BB en hierlangs ook de reflectiecoëfficiënt. We werken deze berekening van de reflectiecoëfficiënten nauwkeurig uit.

$$\begin{aligned}\Gamma_{BB}(links) &= \frac{Z_{BB}(r) - Z_{c1}}{Z_{BB}(r) + Z_{c1}} \\ &= \frac{Z_{c2} \frac{1+\Gamma_{23}}{1-\Gamma_{23}} \frac{e^{-2\gamma_2 d}}{e^{-2\gamma_2 d}} - Z_{c1}}{Z_{c2} \frac{1+\Gamma_{23}}{1-\Gamma_{23}} \frac{e^{-2\gamma_2 d}}{e^{-2\gamma_2 d}} + Z_{c1}} \\ &= \frac{Z_{c2} - Z_{c1} + Z_{c2}\Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d} + Z_{c1}\Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d}}{Z_{c2} + Z_{c1} + Z_{c2}\Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d} - Z_{c1}\Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d}} \\ &= \frac{\Gamma_{21} + \Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d}}{1 + \Gamma_{21}\Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d}} = \Gamma_{\text{eff}}\end{aligned}$$

4.16 Transmissielijnequivalent (3)

Via een iteratieve techniek kan je het geheel nu uitbreiden. Heb je tussen enkele lagen geen verliezen, dan kan je eenvoudigweg via de Smithkaart werken.

4.17 Probleem 1

In medium 1, de lucht, heb je geen verliezen. Medium 2, het zeewater, is een goede geleider in een breed frequentiegebied.

Oplossingsstrategie:

- Stap 1: Bepaal de propagatieconstante en de intrinsieke impedantie van de twee media met als variabele de frequentie f .
- Stap 2: Bepaal de reflectiecoëfficiënt op het scheidingsvlak tussen lucht en zeewater. Bereken de fractie van de invallende vermogendichtheid die doordringt in het zeewater. Welke conclusies trek je over de frequentieafhankelijkheid.
- Stap 3: Welke fractie van de invallende vermogendichtheid bereikt een diepte van 1 meter, respectievelijk 3 meter. Welke conclusies trek je in de twee gevallen over de frequentieafhankelijkheid?
- Stap 4: Vergelijk je resultaten met hetgeen bij de transparant wordt vermeld in de bijhorende tekst.

4.18 Probleem 2

We werken met een perfecte geleider, alles zal dus weerkaatst worden.

Oplossingsstrategie:

- Stap 1: Bepaal de propagatieconstante en de intrinsieke impedantie van de twee media met als variabele de frequentie f .
- Stap 2: Bepaal de reflectiecoëfficiënt op het scheidingsvlak tussen lucht en aarde. Bereken de fractie van de invallende vermogendichtheid die doordringt in de aarde.
- Stap 3: Welke fractie van de invallende vermogendichtheid bereikt een diepte van 10 meter, respectievelijk 1 meter.

Hoofdstuk 5

Schuine inval

5.1 Schuine inval

Wanneer we een totaal veld uitrekenen, heeft dit andere eigenschappen dan wij gewend zijn (geen uniforme, vlakke golf meer). Telkens verschillende golven worden bekomen. Dit hoofdstuk is daaromtrent een soort voorbereiding op de volgende twee lessen.

5.2 Schuine inval op een perfect geleidend vlak

Merk op dat \hat{x} een eenheidsvector volgens de x -richting voorstelt. We bekijken nu wat er gebeurt wanneer er een uniforme vlakke golf schuin invalt op een perfect geleidend vlak, waarbij we geen verliezen beschouwen. Er zal blijken dat $\theta_i = \theta_r$.

5.3 Invallende golf

We werken nu in het y' -assenstelsel, met $x = -z' \cos(\theta)$ en $z = z' \cos(\theta)$. Merk op dat \hat{y} evenwijdig ligt met \hat{y}' . Verder valt nog op te merken dat in de laatste formule de factor $\eta_2 / \cos(\theta_i)$ de karakteristieke impedantie voorstelt die je in die richting ziet.

5.4 Gereflecteerde golf

Volledig analoog kunnen we ook de gereflecteerde golf bekijken. merk op dat E_{r_0} dezelfde polarisatie behoudt.

5.5 Randvoorwaarden

We werken met een perfect geleidend vlak. Na de superpositie moet de horizontale richting van het elektrisch veld nu zijn. Daarover creëren we een kortsluiting want er mag geen potentiaalverschil zijn! We vinden uiteindelijk dat $\theta_i = \theta_r = \theta$, zoals uit de optica reeds bekend. Ook kan opgemerkt worden dat $E_{r_0} = -E_{i_0}$, er treedt dus een verschuiving van π radialen op, de amplitude wordt vermenigvuldigd met -1 .

5.6 Totale veld

Het totale veld vinden we nu als een superpositie van de invallende en de gereflecteerde golf. We hadden een schuin invallende golf met $\beta_2 = \omega\sqrt{\mu_2\epsilon_2}$ en $v_f = \frac{\omega}{\beta_2} = \frac{1}{\sqrt{\mu_2\epsilon_2}} = c_2 =$ lichtsnelheid. Het totale veld propageert volgens z met $\beta = \sin(\theta)\omega\sqrt{\mu_2\epsilon}$ en $v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sin(\theta)\sqrt{\mu_2\epsilon_2}} = \frac{c_2}{\sin(\theta)}$. Dus de fasesnelheid is groter dan de lichtsnelheid in dat medium. Als we θ klein nemen, dan gaat $v_f \rightarrow \infty$. Wanneer θ groot wordt, krijgen we een zeer vlakke inval bijna tegen de horizontale as aan, de snelheid zal dan de lichtsnelheid benaderen.

We zijn vertrokken van een uniforme vlakke golf. De gereflecteerde golf is eveneens een golf van dit type. De superpositie van deze twee golven die beiden aan de wetten van Maxwell voldoen, geeft ook een golf die aan deze wetten voldoet. De totale golf is een vlakke golf, want elk zijvlak is een vlak van constante fase, maar de totale golf is niet uniform! Alle vlakken van constante fase zouden in dat geval ook vlakken van constante amplitude moeten zijn, maar dit is niet zo, wegens de factor $\sin\beta_x x$. Het totale veld is dus een vlakke, niet-uniforme golf.

5.7 TM-golf

Door een andere keuze van polarisatierichting zouden we een TM, in plaats van een TE golf, bekomen.

5.8 Schuine inval op het scheidingsvlak tussen 2 diëlectrica

De behandeling voor twee diëlectrica is vrij analoog, vertrek opnieuw van een zelfgekozen polarisatie.

5.9 Invallende golf

De analogie blijft gelden, vertrekken met de afleiding doe je door z' op te splitsen als $z\sin(\theta_i) - x\cos(\theta_i)$

5.10 Gereflecteerde golf

Nu werken we in het assenstelsel x'' , y'' , z'' en propageren we volgens de positieve z'' richting. θ_r is in dit geval voorlopig volkomen onbepaald.

5.11 Doorgelaten golf

Merk hier op dat we E_{d_0} niet kennen. De factor $\frac{\eta_1}{\cos(\theta_d)}$ in de laatste formule stelt een soort intrinsieke impedantie van medium 1 voor.

5.12 Randvoorwaarden

We eisen continuïteit van \vec{E} en \vec{H} op het raakvlak tussen de beide media. Dit wil zeggen dat de twee tangentiële velden hier gelijk moeten zijn. Leg je echter bijvoorbeeld een stroombron in dit scheidingsvlak, dan creëer je een discontinuïteit.

5.13 Oplossing (1)

We gebruiken hier de brekingswet ($\sqrt{\mu_2\epsilon_2} \sin(\theta_2) = \sqrt{\mu_1\epsilon_1} \sin \theta_1$) wat erop neerkomt dat we eisen dat we dezelfde horizontale snelheid in beide media eisen.

Via bijvoorbeeld MAPLE kan je dan het stelsel van twee vergelijkingen, aangevuld met de vergelijking $\frac{E_{r0}}{E_{i0}} = R$ oplossen naar E_{i0} , E_{r0} en E_{d0} . Dit kan je doen via de commandos:

```
vg11:=Ei0+Er0=Ed0:
vg12:=Ei0/eta2-Er0/eta2=Ed0/eta1:
vg13:=R=Er0/Ei0:
solve({vg11,vg12,vg13},{Ei0,Er0,Ed0})
```

5.14 Oplossing (2)

De reflectiecoëfficiënt wordt opgesteld door de verhouding der elektrische veldsterktes. Merk op dat je van medium 2, naar medium 1 toe gaat en dat de transmissiecoëfficiënt gelijk is aan $T = 1 - \Gamma$, wat natuurlijk logisch is, alles wat niet gereflecteerd wordt, gaat door het scheidingsvlak.

5.15 Kritische reflectie (1)

De permittiviteit bovenaan is groter dan de permittiviteit onderaan ($\epsilon_2 > \epsilon_1$), met als gevolg dat β_1 kleiner wordt en dus θ_1 groter moet zijn. Nemen we de invalshoek groter dan de kritische hoek, dan is er geen doorgelaten golf meer en krijg je kritische reflectie. Er wordt dan niets doorgezonden naar medium 1.

5.16 Kritische reflectie (2)

Merk op dat je een golf krijgt van de vorm $e^{\alpha x} e^{-j\beta z}$, je krijgt dus een verticaal golffront waarvan de waarde exponentieel afneemt naar beneden toe.

5.17 Kritische reflectie (3)

Belangrijk is hier dat je opmerkt dat je nog steeds geen uniforme, vlakke golf bekomt. Je krijgt namelijk wel platte vlakken, maar geen vlakken van constante amplitude.

5.18 Kritische reflectie (4)

Door het elektrisch veld in te vullen bekomen we het magnetische veld. De amplitude van de reflectiecoëfficiënt $\Gamma (= 1)$ wijst erop dat alles gereflecteerd wordt mits een faseverschuiving ψ . Deze ψ wordt bepaald door de eigenschappen van de twee media.

5.19 Kritische reflectie (5)

Bij kritische reflectie zijn de amplitudes van beide golven gelijk. De afleiding voor het totale veld doen we even uitgebreider over:

$$\begin{aligned} E_i + E_r &= E_{i_0} e^{-j\beta z} e^{j\psi/2} (e^{j\beta_x x - j\psi/2} + e^{-j\beta_x x + j\psi/2}) \\ &= E_{i_0} e^{-j\beta z} e^{j\psi/2} (\cos(\beta_x x - \psi/2) + j \sin(\beta_x x - \psi/2) + \cos(-\beta_x x + \psi/2) + j \sin(-\beta_x x + \psi/2)) \\ &= E_{i_0} e^{-j\beta z} e^{j\psi/2} (\cos(\beta_x x - \psi/2) + \cos(-\beta_x x + \psi/2)) \\ &= E_{i_0} e^{-j\beta z} e^{j\psi/2} 2 \cos(\beta_x x - \psi/2) \end{aligned}$$

5.20 Toepassing 1: Propagatie tussen 2 geleidende oppervlakken

Dit komt aan bod in hoofdstuk 6, veronderstel twee perfect geleidende oppervlakken, welke EM-golven kunnen zich hierdoor dan voortplanten? De tangentiële velden moeten nul zijn en de nulpunten moeten op de juiste plaats liggen. We zullen hiervoor altijd de parameters aanpassen.

5.21 Toepassing 2: Propagatie in diëlectrische geleiders

In hoofdstuk 7 zullen we dan trachten propagatie in glasvezel te verklaren. Hierbij krijg je meestal een centrale as van glas omringd (medium 1 = medium 3) door een ander glas met een verschillende brekingsindex. We zullen ervoor moeten zorgen dat de invallende golf een invalshoek heeft groter dan de kritische hoek. We krijgen uiteindelijk terug een staande golf, zorgen we voor kritische reflectie dan lekt er geen vermogen weg. Boven- en onderaan krijgen we dan een elektrisch veld dat exponentieel dempt.

Hoofdstuk 6

Golfgeleiders met geleidende wanden

6.1 Golfgeleiders met geleidende wanden

De drielagenstructuur zullen we niet volledig elektromagnetisch uitwerken, we werken hierbij met een schuine invalsgolf. Verder veronderstellen we perfecte geleiders en een eindige geleidbaarheid.

6.2 Elektromagnetisch model

Medium 2 is nu een diëlectricum zonder enige verliezen.

6.3 TE-modes

Net zoals in hoofdstuk 5 zoeken we een praktische oplossing. We krijgen nu een staande golf die zich voortplant. De totale golf heeft een geheel andere propagatiesnelheid. We krijgen een TE golf, namelijk een transversaal elektrische golf. \vec{E}_t ligt totaal in het transversale vlak, \vec{H}_t heeft een component volgens z en x . Wanneer je nu θ kent, ken je onmiddellijk ook β .

Bij het oplossen van oefeningen dien je steeds ofwel a , ofwel β te kennen, meestal krijg je a , bekijk dan de eerste mode $\beta = \frac{\pi}{a}$, leg dan de resonantievoorwaarde op, die moet juist passen, je krijgt dus een soort van verticale resonantie. Wanneer je geleiders en kortsluitingen perfect zijn, blijft je signaal dan resoneren.

Merk verder op dat het totale veld van de invallende en gereflecteerde golf \vec{E} opnieuw geen uniforme vlakke golf is.

6.4 TE-modes (2)

Hier komt de Poynting-vector weer aan bod. S_x en S_z lijken zeer sterk op mekaar, maar er is toch een fundamenteel verschil, namelijk de factor j in S_x . S_z daarentegen is zuiver reëel, wat wil zeggen dat we te maken hebben met een reële vermogendichtheid. De fysische betekenis van \vec{S} [W/m^2] is opnieuw het actief en reactief vermogen dat de golf met zich meedraagt en door de

”tunnel” wordt overgebracht. In verticale richting krijg je zuiver reactief vermogen als resultaat van de resonantiewetten.

6.5 Dispersiediagram

In het dispersiediagram zetten we β uit in functie van de genormaliseerde frequentie, merk op dat we op de x -as lineair meebewegen met een toenemende waarde voor m . Kijken we nu bijvoorbeeld wat er gebeurt op deze x -as voor $\frac{5\pi}{2a}$, dan komen we zowel de curve $m = 2$ als $m = 1$ tegen, we krijgen dus multimodepropagatie van twee modes met elk een eigen propagatiesnelheid.

6.6 Invloed van de frequentie

β is een faseconstante [rad/m]. Wanneer je een willekeurige frequentie hebt boven de afsnijfrequentie, dan is β_2 lineair evenredig met de frequentie. Merk verder op dat je bijvoorbeeld in het rechtste deel van de figuur bij een verdere draaiing van de vector β_2 naar beneden (β_2 wordt verticaler), opnieuw in de volgende mode zou terechtkomen, je beweegt je dan voorbij de tweede afsnijfrequentie.

6.7 Afsnijfrequentie

Er geldt bij de afleiding nog steeds dat $\lambda f = v$, met $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_2 \mu_2}}$ om zo uiteindelijk $f_{c_m} = \frac{c_2}{\lambda_2} = \frac{c_2 m}{2a}$ te bekomen.

6.8 Fasesnelheid

We weten dat $\beta = (\omega^2 \mu_2 \epsilon_2 - (\frac{m\pi}{a})^2)^{1/2}$ en $v_f = \omega / (\omega^2 \mu_2 \epsilon_2 - (\frac{m\pi}{a})^2)^{1/2}$. Bij afsnijfrequenties wordt de noemer van de fasesnelheid nul en dus gaat $v_f \rightarrow \infty$. Wanneer de frequentie toeneemt wordt in de noemer de term $\omega^2 \mu_2 \epsilon_2 \gg (\frac{m\pi}{a})^2$. Bijgevolg krijg je dat:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega / (\omega^2 \mu_2 \epsilon_2 - (\frac{m\pi}{a})^2)^{1/2} = 1 / \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} = c_2$$

6.9 Groepsnelheid

Het frequentieverschil waarvan sprake uit zich ook in β omdat β ook afhankelijk is van ω .

6.10 TM-modes

Nu leggen we \vec{H} gepolariseerd volgens de y -as en gaan we weer uit van de algemene oplossing. het elektrisch veld berekenen we via de uitdrukking

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon_2} \begin{vmatrix} \frac{\delta}{\delta x} & \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta z} \\ 0 & H_y & 0 \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix} = \frac{1}{j\omega\epsilon_2} \left(\frac{\delta}{\delta x} H_y \cdot \vec{k} - \frac{\delta}{\delta z} H_y \cdot \vec{i} \right)$$

6.11 TM-modes (2)

Nu berekenen we de Poynting-vector als

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} E_x & 0 & E_z \\ 0 & H_y^* & 0 \\ \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (E_x H_y^* \vec{z} - E_z H_y^* \vec{x})$$

6.12 TEM-mode

Het magnetisch veld ligt volgens y en het elektrisch veld heeft enkel een component volgens x , in dit geval hebben echter zowel \vec{E} als \vec{H} een transversale component: $\beta_x = 0$ en $\beta = \beta_2$. De propagatie heeft eigenschappen van een vlakke uniforme golf. Voor gelijk welke TE-mode is er een afsnijfrequentie.

6.13 Effect werkelijke media

Het oppervlak waarvan sprake is een fictieve dwarsdoorsnede.

6.14 Geleiderverliezen (1)

Benaderend wordt getracht om α te berekenen. Het veld neemt exponentieel af en vermogen met $e^{-2\alpha}$. Verder bepaalt P_{v1} het verliesvermogen en staat P_g voor het gemiddeld vermogen.

6.15 Geleiderverliezen (2)

De vermelde δ in de formule voor η_c wordt ook wel de skindiepte genoemd.

6.16 Geleiderverliezen (3)

Bij de afleiding van α_c werd de tussenstap $\alpha_{c1} + \alpha_{c3} = \frac{P_{v1}}{2P_g} + \frac{P_{v3}}{2P_g}$ overgeslagen.

6.17 Rechthoekige golfgeleiders

Veronderstel dat je zijwanden hebt, dan stelt zich een probleem, TEM gaat namelijk niet op voor zijwanden aangezien er niet voldaan is aan de randvoorwaarden. De wand legt namelijk op dat het elektrisch veld daar nul is, waardoor je terug een TE-mode krijgt met een afsnijfrequentie. Hier zijn twee oplossingen voor, ofwel laten reflecteren lang alle kanten, ofwel juist niets waardoor er geen geleiding is en je terug een TEM-mode krijgt.

6.18 Perfect magnetisch geleidende wanden

Eigenlijk is dit fictie, we stellen namelijk dat het tangentieel veld nul moet zijn.

6.19 Probleem 1

De eerste afsnijfrequentie kan je vinden via $\beta_x = \frac{m\pi}{a} = \beta_2 \cos(\theta)$, je vindt deze frequentie dan uit de gelijkheid $\pi/a = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2} = 2\pi f\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$, of na invullen $1,875 \cdot 10^3$ Hz.

Hoofdstuk 7

Diëlectrische golfgeleiders

7.1 Diëlectrische golfgeleiders

We beschouwen nu diëlectrische golfgeleiders zonder verliezen, met dus in elke laag $\sigma = 0$. We zullen nu geen TEM-modes vinden en verder dispersie opmerken voor de hoge-orde modes.

7.2 Elektromagnetisch model

In drie perfecte diëlectrica zullen we de golf langs de structuur trachten te geleiden via overgangsvlakken (dit is de basis van propagatie in glasvezel).

7.3 TE-modes

We veronderstellen het middenste medium als zijnde glas, met $\epsilon_r = 2.25$, omgeven door lucht. Bij de overgang van lucht naar glas hebben we dan opnieuw een kritische hoek, op die kritische hoek zit $\tilde{\beta}$ op haar maximum. Ga je voorbij de kritische hoek, dan moet je afstappen van een uniforme, vlakke golf, de amplitude neemt dan af in de x -richting exponentieel met α_x . Verder nog wat uitleg bij de vele parameters: β_1 is de faseconstante van een uniforme vlakke golf in glas, β_1 is gekend door de lucht, α_x kan je makkelijk bepalen, teken daarvoor steeds de driehoek en X_1 is een zuiver imaginaire impedantie.

7.4 TE-modes (2)

Gegeven is nu a (je kent β , de onbekenden zijn α_x en β_x) en we kijken welke modes we kunnen krijgen, dit kan je grafisch doen of uitrekenen. Meestal zal je a en f kennen en kan je daarmee de oplossing zoeken.

7.5 Dispersiediagram

Het dispersiediagram is zeer belangrijk, tracht dit goed te begrijpen en onder de knie te hebben. Alle dispersiecurves van TE- en TM-modes liggen tussen de twee asymptoten $\omega\sqrt{\mu_1\epsilon_1}$ en $\omega\sqrt{\mu_2\epsilon_2}$, steeds begint de curve rakend aan de asymptoot $\omega\sqrt{\mu_1\epsilon_1}$ en gaat ze over naar de andere asymptoot.

Graag wens je dat f_{c_2} zo ver mogelijk naar rechts ligt op de x -as, want daar voorbij krijg je de situatie van multimode.

7.6 Afsnijfrequentie

De afsnijfrequenties zoek je via $\alpha_x = 0$, wanneer namelijk $\alpha_x \neq 0$ dan komt je curve los van de eerste asymptoot.

7.7 TM-modes

Redelijk analoog als voordien rekenen we nu uit dat

$$\begin{aligned}\frac{\alpha_x}{\beta_x} &= \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \tan\left(\frac{\beta_x a}{2}\right) \text{ voor oneven TM-modes} \\ \alpha_x^2 + \beta_x^2 &= \omega^2(\mu_2\epsilon_2 - \mu_1\epsilon_1) \\ \frac{\alpha_x}{\beta_x} &= -\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cotan\left(\frac{\beta_x a}{2}\right) \text{ voor even TM-modes} \\ w_{c,m} &= \text{idem als TE}\end{aligned}$$

7.8 Probleem 1 (1)

De brekingsindex van glas kan je vinden via $\sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{2.25} = 1.5$, het enige wat er dan verder verandert ten opzichte van de TE-modes is de factor $1/2.25$ in de formule voor $\frac{\alpha_x}{\beta_x}$.

7.9 Glasplaat (2)

Het beste kan je met de parameter d/λ_0 spelen. Meestal ligt d vast dus wijzig je best de frequentie (of de golflengte).

7.10 Probleem 1 (3)

d ligt vast op 10 millimeter, dus λ werd op dezelfde waarde gekozen om $d/\lambda_0 = 1$ te bekomen. Verder staat N_p voor Neper, een eenheid van logaritmische afname, deze is dimensieloos. Merk daarenboven op dat de bekomen fasesnelheid v_f de snelheid in de horizontale richting voorstelt.

7.11 Probleem 1 (4)

Grafisch is de gegeven figuur een zeer handige oplossingsmethode.

7.12 Probleem 1 (5)

Op $d/\lambda_0 = 1$ zit je met een frequentie van 30 GHz.

7.13 Probleem 1 (6)

In de afleiding voor de oneven TM-modes wordt gevonden dat $w_{c_m} = 0$, de fundamentele mode heeft namelijk geen afsnijfrequentie. Voor de even TM-modes bekom je dezelfde uitdrukking.

7.14 Probleem 2 (1)

Voor de oneven TM-modes bekom je

$$\frac{\alpha_x}{\beta_x} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \tan\left(\frac{\beta_x d}{2}\right) = \frac{1}{1.002} \tan\left(\frac{\beta_x d}{2}\right)$$

Hiermee kan je vinden dat

$$\alpha_x^2 + \beta_x^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 (1.002 - 1) = (2\pi f)^2 \frac{1}{c^2} \epsilon_0 (1.002 - 1)$$

Stel je dan $x = \frac{\beta_x d}{2}$ en $y = \frac{\alpha_x d}{2}$, dan vind je

$$x^2 + y^2 = \frac{d^2}{\pi^2 \lambda_0^2}$$

7.15 Probleem 2 (2)

$H_y = C'_0 \cos(\beta_x x) e^{-j\beta z}$ voor $|x| < \frac{d}{2}$. Ga je boven $|\frac{d}{2}|$, dan krijg je ook verzwakking.

7.16 Probleem 3

De optische golfgeleider of glasvezel is belangrijk voor de praktijk, er bestaat zowel monomode als multimode glasvezel. Bij monomode glasvezel is de kern extreem dun ($10\mu\text{m}$), dit is technisch niet eenvoudig te realiseren. Werk je met $50\mu\text{m}$, dan zit je al in de multimode situatie. Wanneer je dus geen monomode nodig hebt, wordt aangeraden van multimode te gebruiken. (Die wel duurder is omdat ze minder geproduceerd wordt.)

Hoofdstuk 8

Elektromagnetische straling

8.1 Elektromagnetische straling

In dit hoofdstuk zoeken we het verband tussen de bronnen en het elektromagnetisch veld.

8.2 Elektromagnetisch model

Bij een draadantenne zoals gebruikt in dit geval is de draad zeer kort ten opzichte van de golflengte. De bron is sinusoidaal afhankelijk.

8.3 Potentiaalfuncties

Ken je de stroomverdeling, dan kun je de vectorpotentiaal bepalen. Herinner je trouwens dat $\vec{E} = -\text{grad } \phi$

8.4 Vertraagde potentialen

Wil je nu een straling bekomen, dan moet je bron veranderen in de tijd. Wanneer je bron variëert, duurt het eentijdje voor je op je observatieplaats de verandering zal waarnemen. Een voorbeeld hiervan is een ster, eigenlijk zie je iets wat miljoenen jaren geleden is gebeurd.

8.5 Vertraagde potentialen (2)

Na de tijdsdomeinanalyse bekijken we nu ook nog het frequentiedomein, waarbij je er in de afleiding rekening mee dient te houden dat alle vectoren complex zijn. βR is de globale faseverschuiving wanneer je van je bron naar je waarnemingsplaats gaat.

8.6 Elementaire stroombron (1)

Aangezien stroom een vectoriële grootheid is in plaats van een scalaire, kunnen we geen echte puntbron hebben, de stroombron Idl' is dus oneindig klein. In dit geval is deze ook geïoriënteerd volgens z . De richting van de bron bepaalt de formules en is dus belangrijk.

8.7 Elementaire stroombron (2)

We geven enkele berekeningen met sferische coördinaten ter verduidelijking van de bekomen resultaten in de cursus. We weten dat:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$H = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

waaruit volgt $H = \frac{\vec{\nabla} \times \vec{A}}{\mu_0}$. De rotor van \vec{A} kunnen we nu berekenen als

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{A} &= \begin{vmatrix} \frac{\delta}{\delta r} & \frac{\delta}{\delta \theta} & \frac{\delta}{\delta \phi} \\ A_r & A_\theta & A_\phi \\ \vec{i}_r & \vec{i}_\theta & \vec{i}_\phi \end{vmatrix} \\ &= \frac{\delta A_\theta}{\delta r} \cdot \vec{i}_\phi + \frac{\delta A_\phi}{\delta \theta} \cdot \vec{i}_r + \frac{\delta A_r}{\delta \phi} \cdot \vec{i}_\theta - \frac{\delta A_\theta}{\delta \phi} \cdot \vec{i}_r - \frac{\delta A_\phi}{\delta r} \cdot \vec{i}_\theta - \frac{\delta A_r}{\delta \theta} \cdot \vec{i}_\phi \\ &= \frac{\delta A_\theta}{\delta r} \cdot \vec{i}_\phi \end{aligned}$$

De andere vijf termen vallen weg omdat $A_\phi = 0$, of omdat de componenten van A onafhankelijk zijn van de term waarin ze partieel afgeleid dienen te worden. Voor de volledigheid: $A_r = A_z \cos(\theta)$, $A_\theta = -A_z \sin(\theta)$ en $A_\phi = 0$, waarbij

$$A_z = \vec{i}_z \frac{\mu_0 I \cdot dl' e^{-j\beta r}}{4\pi r}$$

De overgebleven term werken we verder uit tot we het resultaat uit de cursus bekomen:

$$\begin{aligned} \frac{\delta A_\theta}{\delta r} \cdot \vec{i}_\phi &= \frac{\delta(-A_z \sin(\theta))}{\delta \theta} \cdot \vec{i}_\phi \\ &= -\frac{\delta\left(\frac{\mu_0 I \cdot dl' e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin(\theta)\right)}{\delta \theta} \cdot \vec{i}_\phi \\ &= -\vec{i}_\theta \frac{\mu_0 I \cdot dl' \sin(\theta)}{4\pi} \cdot \left[\frac{j\beta}{r} - \frac{1}{r^2}\right] e^{-j\beta r} \\ &= -\vec{i}_\theta \frac{\mu_0 I \cdot dl' \sin(\theta)}{4\pi} \cdot \beta^2 \left[\frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2}\right] e^{-j\beta r} \end{aligned}$$

8.8 Elementaire stroombron (3)

De benadering voor E_r bekom je via de formule van de vorige slide

$$E_r = c\eta_2 \cos(\theta) \left[\frac{1}{(j\beta r)^2} + \frac{1}{(j\beta r)^3} \right] e^{-j\beta r}$$

waarin we dan invullen dat $c = \frac{-I \cdot dl \beta^2}{4\pi}$ om zo te komen tot

$$\begin{aligned}
 E_r &= c \eta 2 \cos(\theta) \left[\frac{1}{(j\beta r)^2} + \frac{1}{(j\beta r)^3} \right] e^{-j\beta r} \\
 &= \frac{-I \cdot dl \beta^2}{4\pi} \eta 2 \cos(\theta) \left[\frac{1}{(j\beta r)^2} + \frac{1}{(j\beta r)^3} \right] e^{-j\beta r} \\
 &\simeq \frac{-I \cdot dl \beta^2}{4\pi} \eta 2 \cos(\theta) \frac{1}{(j\beta r)^3} \\
 &= \frac{-I \cdot dl}{4\pi j \beta r^3} \eta 2 \cos(\theta) \frac{1}{(j\beta r)^3} \simeq \frac{2j\omega q dl}{4\pi j \beta r^3} \eta 2 \cos(\theta) \frac{1}{(j\beta r)^3} \\
 &= \frac{2 \cos(\theta) q dl \omega \eta}{4\pi r^3 \beta} = \frac{2 \cos(\theta) q dl 2\pi f \eta}{4\pi r^3 \beta} \\
 &= \frac{2 \cos(\theta) q dl 2\pi v \eta}{4\pi r^3 \lambda \beta} = \frac{2 \cos(\theta) q dl \beta v \eta}{4\pi r^3 \beta} \\
 &= \frac{2 \cos(\theta) q dl}{4\pi r^3} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\
 &= \frac{2 \cos(\theta) q dl}{4\pi \epsilon_0 r^3}
 \end{aligned}$$

8.9 Elementaire stroombron (4)

Bij een $\frac{1}{r}$ -afhankelijkheid zoals hier, krijg je een vermogendichtheid $\frac{1}{r^2}$, de bekomen golf is een sferische golf, dit merk je doordat de vlakken van constante fase boloppervlakken zijn. De golf is niet uniform wegens de $\sin(\theta)$ -afhankelijkheid, de sferische vlakken hebben dus geen constante amplitude.

8.10 Stralingsveld

Merk op dat wanneer je de amplitude van \vec{H} of \vec{E} kent, je steeds ook de amplitude van de andere golf kent, η bepaalt namelijk de verhouding tussen beiden en is afhankelijk van het medium waarin je propageert.

8.11 Uitgestraald vermogen

De componenten van de Poynting-vector S zijn beiden imaginair, dit betekent dat er geen actief vermogen wordt overgebracht, merk verder op dat de term $\frac{1}{r^3}$ impliceert dat het reactief vermogen belangrijk zal zijn zeer dicht bij de antenne.

Leg je rond een bron cirkels waarvan je de straal laat toenemen, dan moet het vermogen rond elk van deze cirkels gelijk zijn, dus het vermogen per oppervlakte is evenredig met $\frac{1}{r^2}$, aangezien een boloppervlak evenredig is met r^2 .

8.12 Stralingsweerstand

Voor de duidelijkheid: $P_r = \frac{(I \cdot dl)^2}{12\pi} \eta \beta^2$. De fictieve stralingsweerstand zorgt ervoor dat je vermogen dissipeert, de factor $1/2$ in de formule heeft te maken dat je met de amplitude en niet met de effectieve waarden dient te werken, herinner je deze factor ook bij de Poynting-vector om dezelfde reden. In principe is de formule voor de stralingsweerstand geldig voor een oneindig kleine stroombron of bij benadering voor een korte bron ten opzichte van de golflengte. Bijvoorbeeld bij ongeveer 0.1λ , ga je echter boven deze waarde, stel 0.2λ , dan kan je niet meer argumenteren dat de verdeling constant is.

8.13 Stralingseigenschappen (1)

De zender zendt een vermogen P_t naar de antenne, merk op dat dit niet persé het vermogen is dat de antenne uitstraalt. De winstfunctie G houdt hier rekening mee, want hier wordt met P_t gewerkt. Bij de directiviteitsfunctie ga je telkens alles richting per richting berekenen en daarna vergelijken met de gemiddelde waarde die je bekomt.

8.14 Stralingseigenschappen (2)

Wanneer de dipool zelf geen verliezen heeft, bekom je $D(\theta, \phi) = 1.5 \sin^2(\theta)$. Straal je horizontaal, dan kan je dus 1.5 keer beter in de horizontale richting uitstralen dan een isotrope straler.

8.15 Stralingsrendement

Idealiter is $P_t = P_r$ met $P_v = 0$. P_v is echter nooit nul, de antenne heeft namelijk een Ohmse weerstand waardoor je verliezen krijgt. In het ideale geval is in de formule voor het stralingsrendement $G = D$.

8.16 Effectief ontvangoppervlak

We gaan ervan uit dat zenden en ontvangen reciprook is. Stel een invallende golf (θ, ϕ) , voor elke richting (θ, ϕ) kennen we dan een fictief ontvangoppervlak toe. Indien je de vermogendichtheid en het effectief oppervlak in die richting kent, dan heb je het ontvangen vermogen gevonden.

Kleine antennes zijn eerder winstbepaald zodat de winst eenvoudig te bepalen is. Grote antennes zijn dan weer eerder oppervlaktebepaald waarmee je de oppervlakte eenvoudig kan vinden, je kan stellen dat het effectief oppervlak benaderend gelijk is aan het geometrisch oppervlak (mits een beperkende factor).

8.17 Radiovergelijking

Een isotrope straler zendt in alle richtingen volgens een zelfde manier uit, dus kunnen we eenvoudigweg delen door een boloppervlak. Voor een ander soort antenne houden we via D_z rekening met de zendrichting.

8.18 Polarisation

Belangrijk is de stand van de ontvangantenne ten opzichte van de zendantenne. Je ontvangt enkel het deel van de golf dat volgens de correcte richting gepolariseerd is.

8.19 Toepassing 1: GSM-verbinding

De afstand tussen de GSM en het basisstation is $R = \sqrt{23^2 + 1200^2} = 1200$ m. Verer uitrekenen van de oefening leidt ons tot:

$$R_r = 80\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{0.1\lambda}{\lambda}\right)^2 = 7.8\Omega$$

$$R_v = 2\Omega$$

$$P_r = \frac{R_r P_t}{R_r + R_v} = 0.8W$$

$$S = \frac{P_t}{4\pi R^2} = 5.53 \cdot 10^{-8} W/m^2$$

Veronderstellen we dan geen isotrope straler, dan bekomen we

$$S_{\text{niet isotroop}} = 1.5 S = 8.30 \cdot 10^{-8} W/m^2$$

en $S_r = \eta S_{\text{niet isotroop}} = 6.64 \cdot 10^{-8} W/m^2$

Hoofdstuk 9

Antennes

9.1 Antennes

Bij een dipoolantenne komen twee kabeltjes te pas, een coaxkabel voor de toevoer en de antenne zelf, een roosterantenne daarentegen is een antenne die zich herhaalt in een rooster. Deze antennes zijn door translatie verplaatst tegenover mekaar (dus geen rotatie/kanteling).

9.2 Dipoolantenne (1)

We bekijken nu elk elementair stukje stroombron individueel en tellen ze dan op. Voor alle stroombronnetjes is de factor R verschillend.

9.3 Dipoolantenne (2)

De benadering voor R bekom je via

$$\begin{aligned} R &= |\vec{r} - \vec{z}'| = \sqrt{r^2 + z'^2 - 2rz' \cos(\theta)} \\ &= r \sqrt{1 - 2\frac{z'}{r} \cos(\theta) + \frac{z'^2}{r^2}} \\ &\simeq r \sqrt{1 - 2\frac{z'}{r} \cos(\theta)} \text{ want } r \text{ is groot} \end{aligned}$$

Voorts werken we nog steeds met hetzelfde principe als voordien, enkel de hoekafhankelijkheid is veranderd ten opzichte van die bij een elementaire stroombron. Toen was dit $\sin(\theta)$, nu wordt het ietsje uitgebreid tot $\frac{\cos(\beta L \cos(\theta)) - \cos(\beta L)}{\sin(\theta)}$

9.4 Halve-golflengtedipoolantenne

We bestuderen de hoekafhankelijkheid via MAPLE:

```
f:=(cos(Pi/2*cos(x)))**2/(sin(x))**2:  
plot(f,x=0..Pi)
```

Via de plot zie je dat het geheel duidelijk symmetrisch is. De punten waar de amplitude gedaald is met 3 dB vindt je dan waar $f = 0.5$, in MAPLE dien je dan het volgende nog extra in te tikken:

```
solve(f=0.5,x)
```

9.5 Stralingsweerstand

Om het vermogen uit te rekenen dien je te integreren over een volledige bol, maar deze integraal rekenen we niet verder uit omdat dit analytisch niet algemeen kan. Verder valt op te merken dat de waarde $R_r = 73.13\Omega$ veel groter is dan de overeenkomstige waarde bij een elementaire stroombron waar $R_r \sim (\frac{dl}{\lambda})^2$ en dl was klein ten opzichte van λ waaruit volgt dat R_r bij een elementaire stroomantenne zeer klein is.

9.6 Directiviteit

Voor een dipoolantenne geldt dat $R_r \gg R_v$, bijgevolg is $\eta = 90$ à 95% , want $\eta = \frac{R_r}{R_r + R_v}$. Bij een elementaire stroombron hebben we dus een lage efficiëntie, maar dit is goed voor bijvoorbeeld GSM toepassingen aangezien we daar niet veel moeten sturen, maar wel in alle richtingen. Een dipoolantenne wordt vooral gebruikt voor directieve toepassingen, we willen dan een hoge η want we willen liefst niet teveel vermogen opstoken in de verliesweerstand.

9.7 Roosterantennes

De stroom wordt nu verdeeld over de verschillende antennes. We kunnen nu ook stroombronnetjes in verschillende richtingen plaatsen. Voor bepaalde toepassingen kunnen de afzonderlijke antennes ook afzonderlijk gevoed worden met een eigen coaxkabel.

9.8 Basisconfiguratie

Alle andere roosterantennes zijn gelijkaardig aan diegene getekend in de cursus op een verschuiving over \vec{r}_i na. Dit is als het ware een sjabloon voor alle andere roosterantennes.

9.9 Vectorpotentiaal element i

Er wordt in de cursus getracht een uitdrukking voor de vectorpotentiaal te vinden om vandaar uit makkelijk \vec{E} en \vec{H} te berekenen.

9.10 Superpositie

Het verre veld kunnen we nu bekijken als het verre veld van één componentje vermenigvuldigd met een factor die zowel θ - als ϕ -afhankelijk is. Deze factor is afhankelijk van de ongelijke amplitudes,

de afstanden tussen de stroomelementjes en de onderlinge faseverschuivingen.

9.11 Lineaire roosterantenne

We beschouwen nu n elementjes die zich op 1 lijn bevinden, op een gelijke afstand d van mekaar. Deze afstand wordt meestal uitgedrukt in golflengtes. Veronderstellen we nu $d = \lambda/2$, dan kunnen we stellen dat de golf die elementje 2 uitstuurt perfect in tegenfase is met de uitgezonden golf door elementje 3, aangezien de stroom dan een afstand $\lambda/2$ heeft afgelegd (= 180° draaiing). Het faseverschil tussen de uitgezonden golven in twee opeenvolgende elementjes kan je dan schrijven als $d \cos(\theta)$.

9.12 Uniforme, lineaire roosterantenne

Je kan in dit geval voorspellen wat het maximum is, veronderstel zoals op de vorige slide elementjes op een lijn (de z -as in het (x, y, z) -vlak) met tussenafstand $d = \lambda/2$, maar nu slechts 4 elementjes in plaats van n . Elementje 1 bevindt zich in de oorsprong, elementje 2 op $z = \lambda/2$, elementje 3 op $z = \lambda$ en elementje 4 op $z = 3\lambda/2$. Dan krijg je een maximum in het vlak $z = 3\lambda/4$. De directiviteit van de afzonderlijke antennetjes speelt hierbij geen rol. Wanneer de antennes horizontaal zenden (zoals hier verondersteld) zitten ze perfect in fase en bereiken ze allemaal tegelijk een maximum, waardoor ze mekaar versterken (in dit geval dus op $z = 3\lambda/4$). Merk trouwens op dat je in de z -richting een factor nul krijgt, in twee buurelementjes vertrekt dezelfde golf, de ene bereikt een minimum waar de andere maximaal is, ze doven mekaar dus uit in de z -richting.

9.13 Reflectorantennes

Deze antenne heeft een reflecterende schaal zodat \vec{E} veld goed gereflecteerd kan worden, de vorm van de antenne is parabolisch naar voren toe, waardoor de directiviteit zeer groot wordt en alles in één richting uitgezonden wordt. De klassieke situatie is dan een primaire straler in het midden van de parabool, maar deze staat dan in de weg waardoor er ook soms voor een offset wordt gekozen.

9.14 Basisconfiguratie

In het vlak loodrecht op de z -as (ook loodrecht op blad) dat de r -as bevat zijn alle stralen die uit de antenne komen in fase. Dit is ideaal, wel hebben ze niet dezelfde amplitude, want de straal die naar buiten gaat wordt over een groter oppervlak uitgesmeerd, dus de stralingsdichtheid is daar kleiner. In het midden is ze maximaal.

9.15 Apertuurverdeling

Wanneer de primaire stralen een lob naast de reflector heeft is dit zeer slecht, alle energie zou in de reflector gestraald moeten worden. Willen we dan nog een uniforme verdeling, dan moeten we veel naar de randen toe stralen, wat goed is voor de directiviteit maar slecht voor de efficiëntie.

Stralen we naar het midden dan neemt de efficiëntie wel toe, maar krijgen we een zeer slechte apertuurverdeling, wat p zijn beurt weer slecht is voor de directiviteit.

9.16 Apertuurefficiëntie

In de werkelijkheid zullen we er een beetje naast stralen en is de apertuurverdeling niet perfect. Stuur je -15 dB naar de randen, dan heb je weinig spill-over, maar is de directiviteit wel slechter.

9.17 Winst

Een quote uit de les: "Je kan de antenne vergelijken met een vliegvanger, hoe groter die is, hoe meer je kan opvangen". \vec{S} [Watt/m²] komt aan op een groot oppervlak [m²], dus vang je veel Watt. $S \cdot A \rightarrow P$.

9.18 Toepassing 1: GSM-basisstation

Je wil een bepaalde zone rond de mast kunnen bereiken, plaats je hier bijvoorbeeld een dipool-antenne (horizontaal uitstralend), dan bestrijk je wel een groot gebied (een dipoolantenne zendt typisch uit over ongeveer 78°), maar dan heb je een slechte ontvangst helemaal onderaan de mast, slechts naarmate je je een beetje verder van de mast bevindt krijg je betere ontvangst. Daarom wordt gewerkt met drie sectoren en straal je maar naar 1 van de 3 sectoren of 120° van het spectrum met een microstripantenne. Zet je dan drie van deze antennes op dezelfde mast dan bestrijk je het gehele spectrum. Eventueel kan je de antennes ook nog iets naar beneden richten door de roosterafstand goed te kiezen.